

Hans Albert Richard
Britta Schramm
Thomas Zipsner *Hrsg.*

Additive Fertigung von Bauteilen und Strukturen

Neue Erkenntnisse und Praxisbeispiele

Additive Fertigung von Bauteilen und Strukturen

Hans Albert Richard · Britta Schramm ·
Thomas Zipsner
(Hrsg.)

Additive Fertigung von Bauteilen und Strukturen

Neue Erkenntnisse und Praxisbeispiele

Hrsg.

Hans Albert Richard
Fakultät für Maschinenbau – FAM
Universität Paderborn
Paderborn, Deutschland

Britta Schramm
Fakultät für Maschinenbau – FAM
Universität Paderborn
Paderborn, Deutschland

Thomas Zipsner
Essenheim, Deutschland

Haftungsbeschränkung:

Die Herausgeber und die Autoren haben alle Texte, Formeln und Abbildungen mit größter Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Fehler nicht ausgeschlossen werden. Deshalb übernehmen weder die Herausgeber noch die Autoren und der Verlag irgendwelche Garantien für die in diesem Buch abgedruckten Informationen. In keinem Fall haften die Herausgeber, die Autoren und der Verlag für irgendwelche direkten oder indirekten Schäden, die aus der Anwendung dieser Informationen folgen.

ISBN 978-3-658-27411-5

ISBN 978-3-658-27412-2 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-27412-2>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Vorwort

Additive Fertigungsverfahren gelten als zukunftsweisend und erfreuen sich daher großer Aufmerksamkeit. Der Fertigungsprozess erfolgt schichtweise, was die Herstellung von Bauteilen hoher Komplexität sowie von filigranen und dennoch steifen und hochfesten Strukturen erlaubt. Einzelfertigung und Kleinserienfertigung ist somit möglich, bei nahezu unbegrenzter gestalterischer Freiheit. Dabei werden umfangreiche Anforderungen, wie z. B. Reproduzierbarkeit, Vorhersagbarkeit, Betriebsfestigkeit und Bruchsicherheit an reale additiv gefertigte Bauteile und Strukturen gestellt.

Das vorliegende Fachbuch ist entstanden im Anschluss an die zweite und dritte Tagung „Additiv gefertigte Bauteile und Strukturen“ des Deutschen Verbands für Materialforschung und -prüfung (DVM), die am 09. und 10. November 2017 und am 07. und 08. November 2018 in Berlin stattfanden. Zahlreiche Referenten der Tagungen konnten als Autoren für dieses Buchprojekt „Additive Fertigung von Bauteilen und Strukturen – Neue Erkenntnisse und Praxisbeispiele“ gewonnen werden. Die Autoren sind Experten aus verschiedenen Fachgebieten von Hochschulen, Forschungseinrichtungen und Unternehmen.

Die Inhalte der in diesem Buch berücksichtigten Beiträge gehen dabei z. T. deutlich über die Vortragsinhalte der Tagung hinaus und beschäftigen sich u. a. mit folgenden Schwerpunktthemen:

- Anwendungsgebiete der additiven Fertigung
- Praxisbeispiele
- Werkstoffkennwerte für Kunststoff- und Metallbauteile
- Einfluss der Fertigungsverfahren und der Nachbehandlungsverfahren auf die Material- und Struktureigenschaften
- Modellierung der Werkstoffeigenschaften und Bemessungskonzepte
- Lebensdauerbeeinflussung mittels additiver Fertigung
- Filigrane Leichtbaustrukturen
- Schadenstoleranzkonzepte
- Leichtbaustrukturen, z. B. aus den Bereichen Verkehrstechnik, Maschinenbau und Medizintechnik.

Das Buch bietet demzufolge viele aktuelle Beiträge zu anwendungsnahen Themen, die unter anderem für Ingenieure und Naturwissenschaftler in der Praxis und für Nachwuchswissenschaftler an den Forschungsinstituten von großem Interesse sind. Auch Ärzte und Medizintechniker aus den Bereichen Radiologie, Chirurgie und Orthopädie können hier Anregungen finden. Geeignet ist dieses Buch auch für Studierende der Ingenieur- und Naturwissenschaften sowie der Medizin und Medizintechnik und verwandter Gebiete an Universitäten und Fachhochschulen.

Die Herausgeber bedanken sich herzlich bei den Autoren, die durch ihre wissenschaftlichen und praktischen Beiträge zum Gelingen dieses Buches beigetragen haben. Dank geht auch an den Deutschen Verband für Materialforschung und -prüfung (DVM) und den Springer Vieweg Verlag für die Unterstützung dieses Buchprojekts.

Besonders bedanken möchten sich die Herausgeber bei Frau M. Sc. Lena Risse, Universität Paderborn, für die Erstellung des Gesamtmanuskripts.

Das Buch bietet dem Leser die Möglichkeit, sich der Thematik der Additiven Fertigung aus verschiedenen Perspektiven zu nähern. Es beinhaltet zahlreiche Ansätze und Anregungen für weitere erfolgreiche Forschungs- und Entwicklungsarbeiten.

Berlin, Paderborn, Wiesbaden im Juni 2019

Hans Albert Richard, Britta Schramm, Thomas Zipsner

Inhaltsverzeichnis

Entwicklung von Optimierungsstrategien für Strukturbauteile unter Ausnutzung der Potentiale des Laserstrahlschmelzens **Seite 1-22**

Einleitung, Vorgehensweise bei der Entwicklung optimaler Strukturen, Möglichkeiten der Finite-Elemente Methode, Optimierungsstrategien auf Basis der Strukturmechanik, Experimentelle Bauteilprüfung der optimierten Strukturkomponenten, Fazit

Jan-Peter Brüggemann, Lena Risse, Gunter Kullmer, Hans Albert Richard

Ein Qualitätssicherungskonzept für die additive Fertigung **Seite 23-34**

Einleitung, Entwicklung eines Qualitätssicherungskonzeptes für die additive Fertigung, Validierung des Vorgehens anhand eines laserstrahlgeschmolzenen Radträgers, Zusammenfassung und Ausblick

Artjom Dsuban, Johannes Lohn, Jan-Peter Brüggemann, Gunter Kullmer

Einsatz ingenieurmäßiger Methoden zur Lösung chirurgischer Herausforderungen **Seite 35-56**

Einleitung, CAE-gestützte Planung chirurgischer Eingriffe, Potentiale additiver Fertigungsverfahren zur Strukturoptimierung von Implantaten, Fazit

Lena Risse, Steven Clifford Woodcock, Jan-Peter Brüggemann, Britta Schramm, Gunter Kullmer, Hans Albert Richard

Entwicklung und additive Fertigung zyklisch beanspruchter Strukturen am Beispiel von metallischen Großbauteilen **Seite 57-70**

Einleitung, Methodisch strukturierte Vorgehensweise zur Identifikation geeigneter Bauteile, Materialkennwerte, Konstruktion/Optimierung, Fertigungsstudie, Validierung des Bauteildesigns und der Fertigungsstrategie, Zusammenfassung und Ausblick

Maximilian Ley, Bastian Blinn, Christoph Petroll, Tillmann Beck, Roman Teutsch

Pulvercharakterisierung mittels instrumenteller Analytik - PowderGenetics[®] **Seite 71-84**

Einleitung, Qualitätsrelevante Pulvereigenschaften, Konventionell eingesetzte chemische und physikalische Methoden (Auswahl), Ableitung eines standardisierten Verfahrens - PowderGenetics[®], Schlussfolgerungen und Ausblick

Tom Näke, Marion Eiber

Von der Pore zum Gefüge: Die Auswirkungen von heißisostatischem Pressen auf die Mikrostruktur von Nickelbasiswerkstoffen **Seite 85-100**

Einleitung, Heißisostatisches Pressen (HIP), Gegenstand der Untersuchungen, Fazit, Schlussfolgerungen und Ausblick

Bettina Dausend, Marion Eiber

Einflüsse auf das zyklische Werkstoffverhalten von additiv gefertigten metallischen Strukturen und deren Berücksichtigung bei der Schwingfestigkeitsbewertung **Seite 101-126**

Einleitung, Einflussgrößen auf die Schwingfestigkeit, Nachbehandlung von AM-Bauteilen, Besonderheiten in der Bemessung von additiv gefertigten metallischen Bauteilen, Berücksichtigung der Einflussgrößen in einem Bemessungskonzept, Beispiel eines zu bewertenden AM-Bauteils, Übertragbarkeit bekannter Konzepte auf additiv gefertigter Bauteile, Proben, Prüftechnik, Zyklisches Werkstoffverhalten, AlSi10Mg, Inconel 718, Schlussfolgerungen

Rainer Wagener, Matilde Scurria, Kai Schnabel, Thilo Bein

Quantitative Untersuchungen der statischen und zyklischen Festigkeitseigenschaften von additiv gefertigten Proben aus AlSi10Mg **Seite 127-144**

Einleitung, Einflüsse auf die Festigkeit von additiv gefertigten Proben, Versuchsaufbau und -durchführung, Ergebnisse der statischen und zyklischen Festigkeitsuntersuchung, Kritische Bewertung und Diskussion, Fazit

Martin Hankele, Martin Werz, Stefan Weihe

**Bestimmung quasistatischer Druckeigenschaften bei
Raum- und Hochtemperatur an additiv gefertigten
Miniaturnproben** **Seite 145-156**

Einleitung, Experimentelle Methoden, Ergebnisse und Diskussion, Zusammenfassung und Ausblick

Daniel Kotzem, Felix Stern, Frank Walther

**Ermüdungsrisswachstumsverhalten bei zyklischer
Belastung von laserstrahlgeschmolzenen
„3D-gedruckten“ Werkstoffen: TiAl6V4, AlSi10Mg und
316L** **Seite 157-170**

Einleitung, Experimentelle Untersuchungen: Testaufbau und Versuchsdurchführung, Ermüdungsrisswachstumsverhalten bei zyklischer Belastung, Fazit

Wadim Reschetnik, Gunter Kullmer, Hans Albert Richard

**Bruchmechanische Charakterisierung von additiv
gefertigten Kunststoffwerkstoffen in Abhängigkeit der
Einsatzfrequenz** **Seite 171-184**

Einleitung, Mechanische Spektroskopie von Polyamid 12, Probenpezifikation und Probenherstellung, Einfluss der Prüfparameter auf das Werkstoffverhalten von Polyamid 12, Ermittlung von Kalibrierkurven, Bruchmechanische Untersuchungen, Zusammenfassung und Ausblick

Benjamin Bauer, Gunter Kullmer, Hans Albert Richard

**Rissausbreitungsmechanismen in FDM-Verstärkungs-
strukturen unter dynamischer Beanspruchung** **Seite 185-198**

Einleitung, Parametereinflüsse auf die Festigkeiten beim FDM, Experimentelle Untersuchungen, Zusammenfassung und Ausblick

André Hirsch, Mark Stefan Paulus, Elmar Moritzer

Numerische Simulation zur Vorhersage von Temperaturfeldern, Eigenspannungen und Verzug beim selektiven Laserstrahlschmelzen	Seite 199-222
Einleitung, Stand der Technik: Simulation von Temperaturfeldern, Eigenspannungen und Verzug beim selektiven Laserstrahlschmelzen, Numerische Untersuchungen, Fazit Moritz Käß, Martin Werz, Stefan Weihe	
Sachwortverzeichnis	Seite 223-226
DVM – Bauteil verstehen.	Seite 227



Entwicklung von Optimierungsstrategien für Strukturbauteile unter Ausnutzung der Potentiale des Laser-Strahlschmelzens

J.-P. Brüggemann, L. Risse, G. Kullmer, H. A. Richard

Fachgruppe Angewandte Mechanik, Universität Paderborn
Direct Manufacturing Research Center, Universität Paderborn

Zusammenfassung

Unter Berücksichtigung der steigenden Anforderungen an Strukturkomponenten in der industriellen Anwendung und beispielsweise auch im Leistungssport besteht der Bedarf, individuelle oder hinsichtlich verschiedener Anforderungen optimierte Bauteile und Strukturen zu entwickeln. Im Rahmen dieses Beitrags werden Ansätze zur Optimierung von Strukturbauteilen geliefert, die auf den Einsatz von Topologieoptimierungsprogrammen verzichten und somit eine kosteneffiziente Alternative darstellen. Mit dem Fokus der Festigkeits-, Leichtbau- und / oder Steifigkeitsoptimierung werden anhand von realen Strukturbauteilen Optimierungsstrategien erläutert und angewendet. Die Auslegung aller vorgestellten Komponenten berücksichtigt normative Vorgaben zur betriebssicheren Gestaltung und marktübliche Anschlussmaße, die den späteren Praxiseinsatz ermöglichen. Um die Betriebssicherheit zu gewährleisten, werden abschließend experimentelle Bauteilprüfungen für die optimierten Strukturkomponenten durchgeführt.

Stichwörter: Optimierungsstrategie, Strukturmechanik, Leichtbaukonstruktion, Laser-Strahlschmelzprozess

1 Einleitung

Die Anforderungen an technische Strukturbauteile haben in den letzten Jahren an Komplexität zugenommen. Zudem steigt die Relevanz des Leichtbaugedankens bei industriellen Anwendungen, die durch klimapolitische Auflagen forciert werden. Daraus resultierend müssen bei deren Auslegung neben der Betriebssicherheit auch Umweltaspekte berücksichtigt werden, um durch Reduktion von Emissionen und durch Ressourceneffizienz nachhaltige Produkte herstellen zu können. Die Entwicklung und Weiterentwicklung dieser Komponenten zielt deshalb auf eine leichtbau- und lebensdaueroptimierte Konstruktion bei gleichzeitig ausreichend hoher Festigkeit und Steifigkeit des Bauteils ab [1]. Zahlreiche Ansätze zur Optimierung von Strukturbauteilen ermöglichen die Generierung völlig neuer Geometrien.

Auf Basis einer Produktidee können Anforderungen an das Bauteil, wie beispielsweise Anschlussmaße, der maximal zulässige Bauraum oder die zu ertragenden Belastungen definiert werden. Ein anhand der Anforderungen erstelltes initiales Modell kann anschließend mittels verschiedener Strategien (z. B. rechnergestützte Verfahren) optimiert werden. Daraus entsteht eine Struktur, die im Hinblick auf verschiedene Randbedingungen angepasst und verbessert wird. In dem darauffolgenden Herstellungsprozess wird diese gefertigt, so dass schlussendlich mit dem fertigen Bauteil das Ende des Produktentstehungsprozesses erreicht wird [2]. Da die optimierten Strukturen teilweise komplex aufgebaut sein können, werden neuartige Fertigungsverfahren zur Herstellung der Produkte benötigt.

Die additive Fertigung bietet die Möglichkeit der Entwicklung und Optimierung von festigkeits- und leichtbauoptimierten Strukturbauteilen [3]. Durch die gestalterische Freiheit sind während des Optimierungsprozesses nur wenige Restriktionen in Bezug auf die Herstellbarkeit gegeben. Im Zusammenspiel mit dem Einsatz hochfester Werkstoffe wird weiteres Leichtbaupotential geschaffen. Dieser Beitrag liefert Ansätze zur Optimierung von Strukturbauteilen, die auf den Einsatz von Topologieoptimierungsprogrammen verzichten und somit möglicherweise eine kosteneffiziente Alternative darstellen.

2 Vorgehensweise bei der Entwicklung optimaler Strukturen

Der Optimierungsprozess ist eine Maßnahme zur Verbesserung eines momentan vorliegenden Zustandes. Dabei kann diese Verbesserung hinsichtlich unterschiedlicher, zuvor definierter Kriterien durchgeführt werden. Der, im Hinblick auf ein zu erreichendes Ziel, bestmögliche Entwurf wird allgemein als „optimal“ bezeichnet [4]. Um einen optimalen Entwurf zu generieren, können bei der Entwicklung technischer, verbesserter Strukturen verschiedene Vorgehensweisen verwendet werden.

Mit Hilfe der Strukturmechanik können Optimierungsaufgaben hinsichtlich des Festigkeits-, Steifigkeits- oder des Gewichtsaspektes durch analytische Vorgehensweisen gelöst werden. Dazu zählt beispielsweise die Auswahl eines der Belastung angepassten Grundprofils durch die Kenntnis der resultierenden Beanspruchungen. Komplexere Optimierungsaufgaben erfordern zur erfolgreichen Durchführung ein differenziertes, systematisches Vorgehen. In diesem Zusammenhang gewann die numerische Analyse von Optimierungsherausforderungen in den letzten Jahren immer stärker an Bedeutung [5]. Um die Anwendung einer entsprechenden systematischen Vorgehensweise zu ermöglichen, müssen sowohl der momentan vorliegende Zustand als

auch das Verbesserungspotential beschreibbar sein. Optimierungstypen können grundsätzlich in die drei Arten

- Dimensionierung,
- Formoptimierung und
- Topologieoptimierung

eingeteilt werden [5]. Die Komplexität der Optimierung nimmt dabei, ausgehend von der Dimensionierung bis hin zur Topologieoptimierung, zu. Bei der Dimensionierung werden einer vorgegebenen Geometrie, wie Querschnittsflächen, Wandstärken und Ähnliches, lediglich Zahlenwerte zugewiesen. Demgegenüber werden bei der Formoptimierung auch grundlegende Änderungen an der Geometrie anhand einer beanspruchungsgerecht angepassten Variation der Außenkontur durchgeführt [5]. Die Topologieoptimierung hingegen beschreibt die Lage und Anordnung von Strukturelementen [6]. Somit werden nicht nur Veränderungen an der Außenkontur vorgenommen, sondern die gesamte Materialanordnung wird auch durch Hohlräume, Löcher oder Verzweigungen modelliert und damit optimiert [5, 7].

Die Definition der auftretenden Entwurfsvariablen ist die Grundlage jeder Strukturoptimierungsaufgabe, die auf Methoden der mathematischen Optimierung zurückgreift [7]. Entwurfsvariablen können in Restriktionen und Zielfunktionen eingeteilt werden. Restriktionen beschreiben in diesem Zusammenhang notwendige physikalisch-technische Anforderungen, die aufgrund der Herstellbarkeit oder der späteren Funktionalität der Strukturkomponente einzuhalten sind [6]. Die Zielfunktionen beschreiben das Optimierungsziel, wobei das Optimum mathematisch als Extremum einer Funktion abbildbar ist [5]. Optimierungsprozesse mit dem Ziel der Entwicklung einer optimierten Leichtbaustruktur verwenden als Zielfunktion die Gewichts- bzw. Massenreduktion. Erforderliche Nebenbedingungen für eine sichere Bauteilauslegung und Gewährleistung der Funktionalität sind Festigkeits- und Steifigkeitskriterien. Grundsätzlich können zwei Vorgehensweisen bei der Entwicklung unterschieden werden, die in Abbildung 1 dargestellt sind. Unabhängig von der gewählten Vorgehensweise müssen vor Beginn des Entwicklungsprozesses die erforderlichen Rand- und Zwangsbedingungen festgelegt werden. Diese umfassen beispielsweise den Werkstoff, die auftretende Belastung sowie den zur Verfügung stehenden Designraum.

Bei der ersten Methode, dem klassischen, analytischen Vorgehen, wird zunächst ein Geometrieentwurf, der sich auf die Grundlagen der Technischen Mechanik bezieht, festgelegt. Eine anschließende FE-Analyse detektiert Optimierungspotentiale des aktuellen Entwurfs. Nachfolgend werden hochbelastete Bereiche verstärkt und gering beanspruchtes Material entfernt beziehungsweise reduziert. Dieser iterative Prozess, der mit jedem Schritt einen höheren Detaillierungsgrad annimmt, wird bis zum Erreichen eines zuvor definierten Designziels wiederholt. Eine mögliche optimale Geometrie kann beliebig komplex gestaltet sein, so dass gegebenenfalls konventionelle Herstellungsverfahren ihre Grenzen erreichen [9]. Der Einsatz moderner Fertigungsverfahren mit einem hohen Grad an gestalterischer Freiheit ist zur Vermeidung weiterer fertigungsbedingter Restriktionen notwendig.

Die im Rahmen dieses Beitrags angewandte zweite Vorgehensweise nutzt eine Topologieoptimierungssoftware. Die Verwendung eines geeigneten Optimierungsprogramms unterstützt den Optimierungsprozess, indem weitere Designvorschläge für eine optimale Materialanordnung geliefert werden. Dabei muss zu Beginn der maximal zulässige Bauraum definiert werden. Dieser wird mit den Zielfunktionen, Nebenbedingungen und Restriktionen an die Topologieoptimierungssoftware übergeben. Der generierte Designvorschlag wird im Nachgang in eine parametri-

sche Konstruktion überführt, um eine anschließende Detailoptimierung durchzuführen. Das Zusammenspiel von computergestützter Konstruktion (CAD) und numerischer Analyse führt zum Zieldesign.

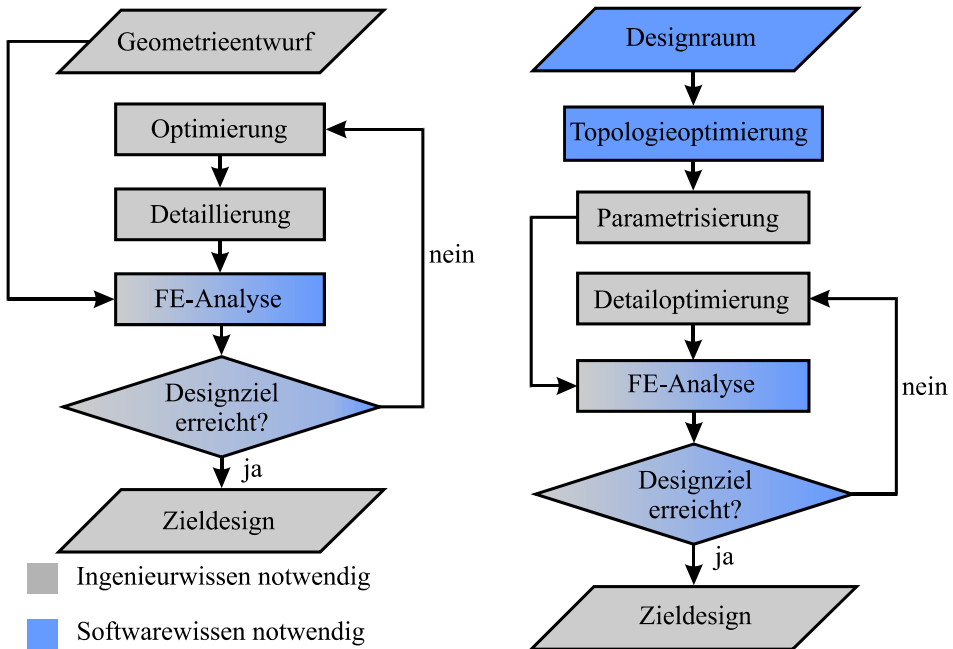


Abbildung 1: Vorgehensweisen bei der Optimierung [8]

Bei der Strukturoptimierung können beide Vorgehensweisen auch kombiniert angewendet werden, um möglichst viele Vorteile auszunutzen. Die Verwendung der Finite-Elemente Methode (FEM) ist dabei essentiell, um Potentiale für eine erfolgreiche Strukturoptimierung aufzuzeigen.

3 Möglichkeiten der Finite-Elemente Methode

Der Einsatz der Finite-Elemente Methode während des Produktentstehungsprozesses trägt zu einer Verkürzung der Entwicklungszeit bei [10]. Das beschleunigt die Markteinführung des entwickelten Produkts, so dass Unternehmen potentielle Marktvorteile gegenüber Mitbewerbern erhalten können. Zudem ist der Einsatz von numerischen Methoden zur sicheren Konstruktion und Auslegung von Bauteilen, möglichst von Beginn des Entwicklungsprozesses an, zu empfehlen [11]. Auf diese Art und Weise können aufwändige, kosten- und zeitintensive Bauteiltests weitestgehend reduziert werden. Aufgrund des durch den verminderten Umfang an realen Bauteiltests eingesparten Materials inklusive der Produktionszeiten werden Umweltaspekte berücksichtigt, da Ressourcen geschont werden. Neben diesem positiven Aspekt wird zusätzlich die Wirtschaftlichkeit für das Unternehmen insgesamt gesteigert. Besonders wirkungsvoll ist die FEM im Zusammenspiel mit einem CAD-Programm [10].

Die FEM visualisiert die auftretende Beanspruchung im Bauteil und gibt so Aufschluss über Optimierungspotential in einem deutlich höheren Umfang als ein Bauteil, welches im experimentellen Test versagt. Mit dem Ziel einer homogenen Werkstoffausnutzung vor dem Hintergrund einer festigkeits- und leichtbauoptimierten Struktur wird im Anschluss an die numerische

Analyse die Konstruktion systematisch angepasst. Dieses zielgerichtete Vorgehen ermöglicht die Optimierung der Ingenieurstätigkeit und die Beschleunigung des Strukturoptimierungsprozesses [10].

Die Finite-Elemente Methode ist ein leistungsfähiges Werkzeug mit dessen Unterstützung auch komplexe Anwendungsfälle, bei denen analytische Methoden ihre Grenzen erreichen, berechnet werden können. Die Güte der Ergebnisse der numerischen Analyse ist dabei stark abhängig von der vorab durchzuführenden Ingenieurleistung. Ziel der Simulation ist, dass die Realität durch das Modell möglichst genau abgebildet wird, um im Praxiseinsatz den Betriebsbelastungen entsprechend standzuhalten. Der Fokus liegt dabei auf der korrekten Festlegung sowie der programmtechnischen Implementierung der wirkenden Rand- und Zwangsbedingungen [12]. Sind diese Bedingungen falsch gewählt oder nicht passend in der FE-Simulation umgesetzt, ist die Verwertbarkeit der Berechnungsergebnisse eingeschränkt, da die Rand- und Zwangsbedingungen einen enormen Einfluss auf die Qualität der Resultate der numerischen Analyse besitzen.

4 Optimierungsstrategien auf Basis der Strukturmechanik

In diesem Kapitel des Beitrags werden unterschiedliche Herangehensweisen an eine technische Herausforderung aufgezeigt und Strategien zur Leichtbauoptimierung von Strukturen entwickelt. Zunächst werden im Sinne des Produktentstehungsprozesses die erforderlichen Rand- und Zwangsbedingungen, die Lasten sowie der zu Verfügung stehende Bauraum definiert. Auf Basis dessen werden unter zu Hilfenahme der Kenntnisse der Technischen Mechanik geeignete Profilformen ausgewählt und ein initiales Modell für die Optimierung erstellt. Durch das Zusammenspiel von CAD und FEM sowie der Verwendung der entwickelten Optimierungsstrategien werden leichtbauoptimierte Strukturen generiert.

4.1 Definition der Rand- und Zwangsbedingungen

Grundlegend für eine Optimierung von Bauteilen und Strukturen ist die Kenntnis der auftretenden Rand- und Zwangsbedingungen. Dazu zählen die Anschlussmaße, der zur Verfügung stehende Bauraum, der Werkstoff sowie die Lagerung und Belastung des Strukturbauteils. Nachfolgend werden diese Rand- und Zwangsbedingungen für die Komponente „*überlanger Fahrradvorbau*“ definiert. In Abbildung 2 sind die geometrischen Restriktionen dargestellt.

Um einen für handelsübliche Fahrräder verwendbaren Fahrradvorbau zu entwickeln, sind die Anschlussmaße für die Durchmesser der Gabelaufnahme (Abbildung 2a) sowie der Lenkeraufnahme (Abbildung 2b) einzuhalten. Der im Rahmen dieses Beitrags zu optimierende Vorbau besitzt eine Länge von 140 mm, die größer ist, als die der auf dem Fahrradmarkt standardmäßig erhältlichen Vorbauten. Die Optimierung wird für zwei verschiedene Designräume durchgeführt: ein runder Querschnitt ($\varnothing 50$ mm, Abbildung 2c) und ein quadratischer Querschnitt (50x50 mm, Abbildung 2d). Die beiden Designräume sind zu Beginn des Optimierungsprozesses vollständig mit Material gefüllt, nur die Bohrungen zur Aufnahme von Lenker und Gabel sind eingebracht und von der Optimierung ausgeschlossen.

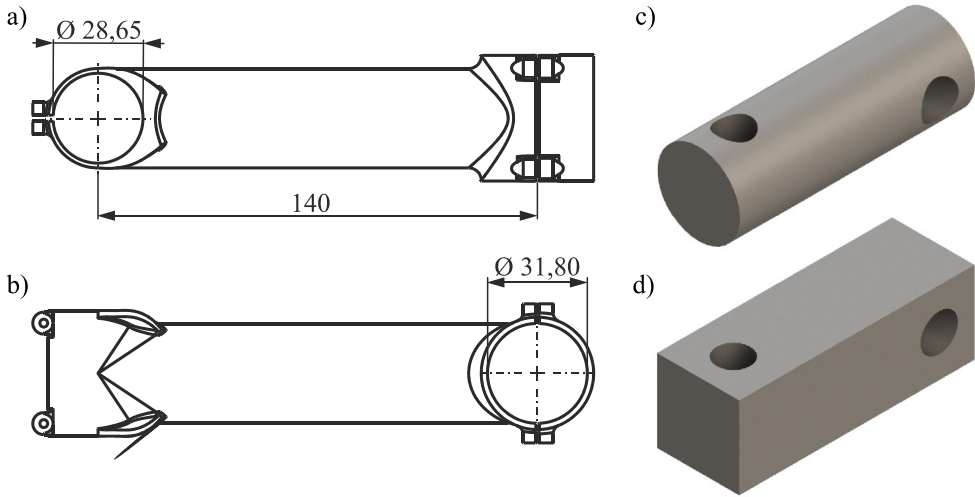


Abbildung 2: Anschlussmaße und Designräume [8]

- a) Anschlussmaß für Gabelaufnahme und wirksamer Hebelarm
- b) Durchmesser für die Lenkeraufnahme
- c) Designraum „rund“
- d) Designraum „rechteckig“

Der Werkstoff für die additive Fertigung des Vorbaus ist die Titanaluminiumlegierung TiAl6V4, deren Werkstoffkennwerte für den Zustand nach dem heißisostatischen Pressen (HIP) in Tabelle 1 aufgeführt sind.

Tabelle 1: Mechanische Werkstoffkennwerte der Titanaluminiumlegierung TiAl6V4 [13]

Werkstoff	$R_{p0,2}$ [MPa]	R_m [MPa]	E-Modul [MPa]
TiAl6V4	912	1005	115 000

Die existierende Norm [14], die Prüfverfahren für den Vorbau vorgibt, ist Grundlage für die Definition der Lastfälle, denen das optimierte Strukturbauteil standhalten muss. Der Vorbau ist ein sicherheitsrelevantes Bauteil, das im Betrieb zahlreichen unterschiedlichen Lastsituationen ausgesetzt ist. Diese werden in statischen und zyklischen Prüfungen abgebildet, von denen einige exemplarisch in Abbildung 3 dargestellt sind.

Insgesamt schreibt die Norm elf verschiedene Prüfungen vor, die die unterschiedlichen alltäglichen Belastungen des Fahrradvorbaus widerspiegeln sollen. Abbildung 3a visualisiert das statische Prüfverfahren „*Biegung vorwärts*“. Die zweite statische Prüfung ist die „*seitliche Biegung*“, die in Abbildung 3b gezeigt ist. Der zyklische Lastfall „*Gleichphasige Biegung*“ (Abbildung 3c) stellt die Situation des Bremsens dar, wohingegen die „*Gegenphasige Belastung*“, die in Abbildung 3d illustriert ist, den „*Wiegetritt*“ beim Bergauffahren nachbildet. Aus diesen Lastfällen resultieren unterschiedliche Beanspruchungsarten im Fahrradvorbau. Diese werden analysiert, da geeignete Geometrien bei Optimierungsaufgaben von den auftretenden Beanspruchungen abhängen.

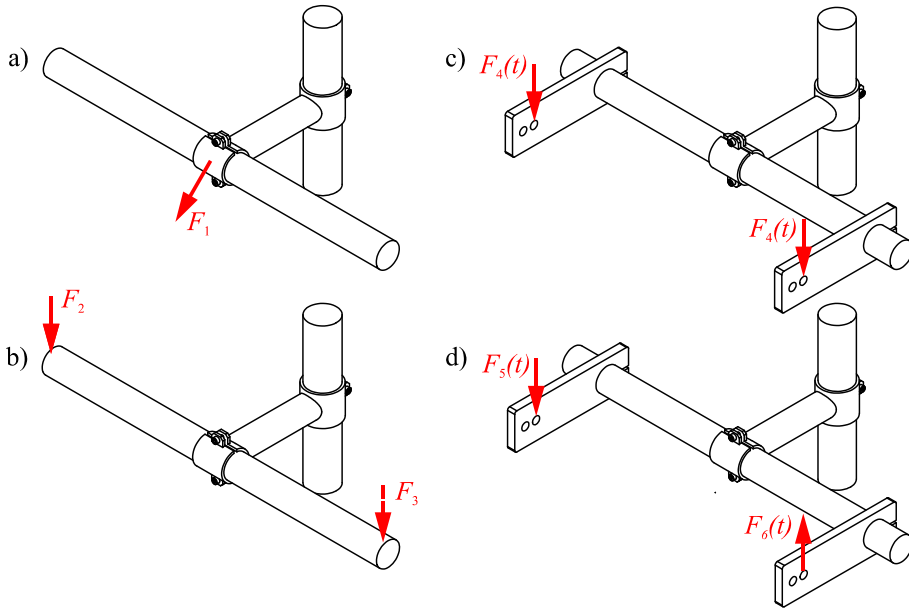


Abbildung 3: Auszug der Prüfverfahren aus [14]

- a) Statisches Prüfverfahren „Biegung vorwärts“
- b) Statisches Prüfverfahren „Seitliche Biegung“
- c) Zyklisches Prüfverfahren „Gleichphasige Belastung“
- d) Zyklisches Prüfverfahren „Gegenphasige Belastung“

In Abbildung 4 ist exemplarisch die Analyse auftretender Belastungsarten und -höhen eines Fahrradvorbaus – Verbindung von Gabelschaft und Lenker – dargestellt. Das Strukturbauteil erfährt resultierend aus Vorgaben der entsprechenden Norm [14] sowohl Biege- als auch Torsionsbelastungen, die einzeln oder auch kombiniert auftreten können.

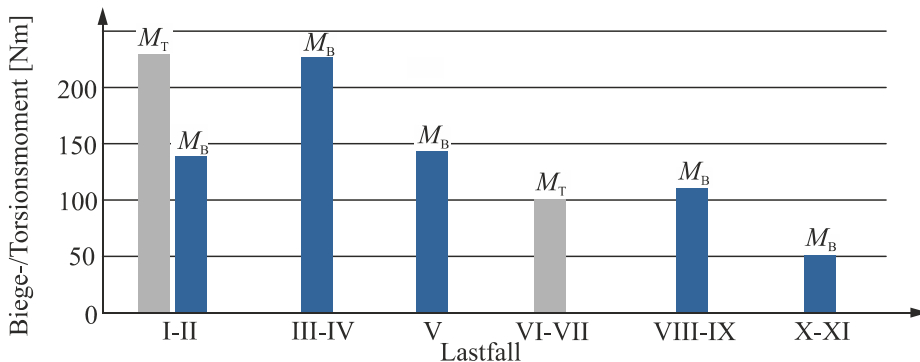


Abbildung 4: Analyse der auftretenden Belastungen bei dem Fahrradvorbau [15]

Zudem wird bei dem Vergleich der verschiedenen Lastfälle in Abbildung 4 deutlich, dass die maximale Höhe der Belastungen nahezu identisch ist (Lastfall I-II beziehungsweise Lastfall III-IV). Aus den Lastfällen mit den kritischsten Belastungen werden nachfolgend Profilformen beziehungsweise Strukturen abgeleitet und eine adäquate Optimierungsstrategie ausgewählt. Das weitere Vorgehen unterscheidet sich dann entsprechend der gewählten Strategie.

4.2 Strukturmechanische Überlegungen

Für die Optimierung eines Vorbaus mit dem Designraum „rund“ werden geeignete Profilformen detektiert, um eine weitere Masseneinsparung durch Detailoptimierungen zu realisieren. In diesem Zusammenhang wird zunächst die relative Materialanordnung analysiert. Diese resultiert aus den Überlegungen der Technischen Mechanik und der damit einhergehenden Kenntnis über die wirkenden Spannungskomponenten, hervorgerufen durch die äußere Belastungssituation. Diese aus der Analyse der Spannungen optimierte relative Geometrie ist werkstoffunabhängig. Nach Bestimmung der relativen Form und Gestalt der Strukturkomponente nach mehreren Iterationsschritten werden die absoluten Maße und Wanddicken unter Einbeziehung der Materialkennwerte und den daraus resultierenden zulässigen maximalen Spannungen festgelegt und durch numerische Unterstützung angepasst.

Für die im Fahrradvorbau herrschende Beanspruchungssituation, die sich aus Biegung und / oder Torsion zusammensetzt, stellt das Rohrprofil ein belastungsgerechtes Querschnittsprofil vor allem zur Aufnahme der Torsionsmomente dar [16]. Für die leichtbauoptimierte Auslegung und die damit verbundene Gewichtsreduktion ist die Entfernung von Material ein möglicher Ansatz. Der Werkstoff im Inneren der Struktur trägt nur gering zum Widerstandsmoment der Struktur bei. Diese zur Aufnahme des Biege- und Torsionsmoments notwendigen Widerstands- sowie Flächenträgheitsmomente dürfen bei Verringerung der Wandstärke nicht zu klein werden. Zum einen kann eine sichere Funktionserfüllung nicht mehr gewährleistet werden, da die auftretenden Verformungen zu groß werden oder aber Stabilitätsprobleme (Beulen der Struktur) auftreten können. Zum anderen übersteigen die auftretenden Spannungen die zulässigen Werte, so dass die Festigkeitsnachweise nicht mehr erbracht werden können. Um dennoch eine weitere Massenreduktion in der Struktur zu erzielen, besteht die Möglichkeit, belastungsgerecht angeordnete Ausschnitte in das Rohrprofil einzubringen (Abbildung 5).

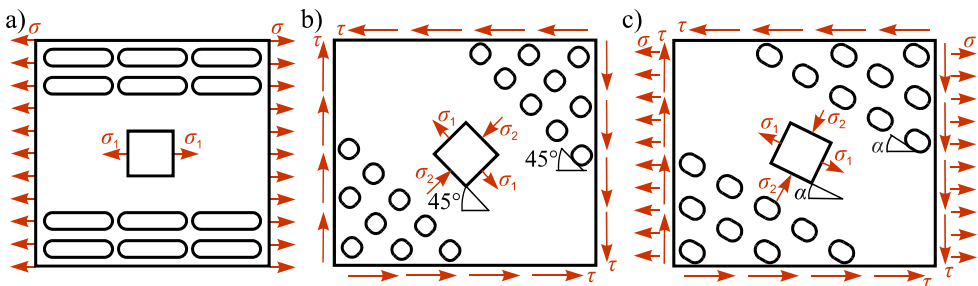


Abbildung 5: Mechanische Ersatzmodelle mit beanspruchungsangepassten Ausschnitten in Anlehnung an [15]

- Normalspannungsbeanspruchte Scheibe mit langlochartigen Ausschnitten
- Schubspannungsbeanspruchte Scheibe mit quadratähnlichen Ausschnitten
- Überlagert beanspruchte Scheibe mit angepassten Ausschnitten, $0 < \alpha < 45^\circ$

Auf diese Weise werden scharfe Kraftflussumlenkungen und damit einhergehende Spannungsspitzen weitestgehend vermieden. Die Analyse der aus den Belastungen resultierenden Beanspruchungen liefert Aussagen zur optimalen Ausschnittanordnung. Die Richtung der wirkenden Hauptnormalspannung ist entscheidend für die Anordnung beziehungsweise für die Ausrichtung der Ausschnitte. So wirken diese bei reiner Normalbeanspruchung unter einem Winkel $\alpha = 0^\circ$ (Abbildung 5a), reiner Schub bewirkt Hauptspannungen unter $\alpha = 45^\circ$ (Abbildung 5b). Beliebige Überlagerungen dieser beiden Beanspruchungsarten bewirken einen Winkel α zwischen 0°

und 45° , wie beispielsweise in Abbildung 5c skizziert ist. Diese theoretischen Vorüberlegungen werden, wie in Abbildung 6 dargestellt, auf die Strukturkomponente „Fahrradvorbau“ übertragen.

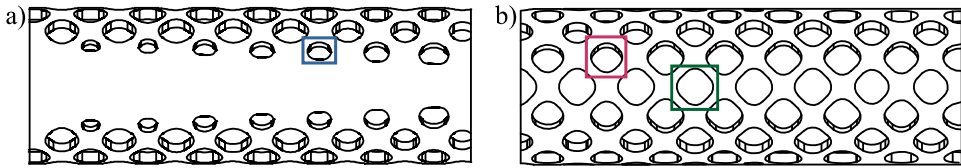


Abbildung 6: Übertragung der Ersatzmodelle auf eine reale Strukturkomponente in Anlehnung an [15]

- Übertragung der Erkenntnisse auf ein normalspannungsbeanspruchtes Bauteil
- Übertragung der Erkenntnisse auf ein Schubspannungs- und überlagert beanspruchtes Bauteil

In einem ersten Schritt werden unter verschiedenen Winkeln geneigte Rautengeometrien (siehe Markierungen in Abbildung 6a und 6b) in das Rohrprofil eingebracht und dann mit Hilfe der numerischen Analyse durch Verrundungen so angepasst, dass die Spannungen homogenisiert werden. Die optimale Aufnahme der auftretenden Beanspruchungen Torsion und Biegung wird durch eine über die gesamte Geometrie variable Ausrichtung und Positionierung der Ausschnitte realisiert.

Die Erkenntnisse werden auf ein 3D-CAD Modell übertragen, um im Nachgang eine numerische Analyse für die statischen und die zyklischen Lastfälle durchzuführen. Ziel ist dabei, die strukturelle Funktionsfähigkeit zu gewährleisten. Dazu werden ein Festigkeits- sowie ein Dauerfestigkeitsnachweis durchgeführt. Die Grundaussage dieser beiden Nachweise ist, dass die wirksamen Beanspruchungen im Bauteil zu jeder Zeit kleiner sein müssen als die Tragfähigkeit des Werkstoffs [17]. In Abbildung 7 sind die numerischen Analysen für die beiden statischen Lastfälle dargestellt.

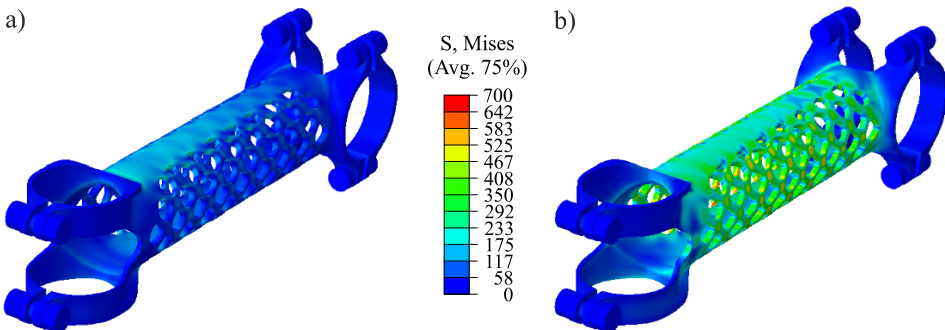


Abbildung 7: Numerische Analyse der Beanspruchungssituation für das finale Modell aus dem Designraum „rund“ [8]

- Statischer Lastfall „Biegung vorwärts“
- Statischer Lastfall „Seitliche Biegung“

Zur Festlegung der werkstoffseitig zulässigen Spannung wird die $R_{p0,2}$ -Dehngrenze durch einen Sicherheitsfaktor S_F gegen Fließen dividiert [18]. Aufgrund des Materialverhaltens der verwendeten Titanaluminiumlegierung wird zur Auswertung der Spannungen die Gestaltänderungs-

energiehypothese nach VON MISES herangezogen. Bei dem statischen Lastfall „*Biegung vorwärts*“ treten keine kritischen Spannungen im Fahrradvorbau auf (siehe Abbildung 7a). Die höchsten Spannungen sind im Biegebalken auf der Oberseite vorzufinden und liegen auf einem niedrigen Spannungsniveau. Die Ergebnisse der numerischen Analyse des statischen Lastfalls „*Seitliche Biegung*“, die in Abbildung 7b dargestellt sind, liefern höhere Spannungen. Jedoch sind auch diese im mittleren Spannungsniveau, so dass die statischen Prüfungen nicht als kritisch für die Strukturkomponente zu bewerten sind.

Da der Vorbau ein zyklisch belastetes Bauteil ist, sind die Prüfungen „*Gleichphasige* und „*Gegenphasige Belastung*“ in [14] vorgesehen. Zur Reduktion des experimentellen Aufwands für die Bauteilprüfungen ist in [14] eine zeitfeste Auslegung mit einer zu ertragenden Lastwechselzahl von $1 \cdot 10^5$ festgelegt. Da das Versagen bei zyklischen Belastungen meist ein Ermüdungsbruch ist, werden die Spannungen nach der Hauptnormalspannungshypothese nach NAVIER ausgewertet, da Risse global betrachtet stets senkrecht zur größten Hauptnormalspannung wachsen [17]. Dementsprechend sind für den Dauerfestigkeitsnachweis in Abbildung 8 die Ergebnisse der FE- Simulation für die zyklischen Lastfälle dargestellt.

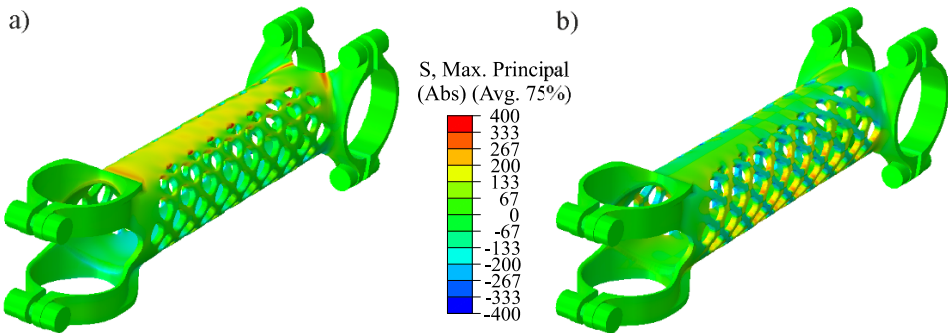


Abbildung 8: Numerische Analyse der Beanspruchungssituation für das finale Modell mit dem Designraum „rund“ [8]

- a) Zyklischer Lastfall „*Gleichphasige Belastung*“
- b) Zyklischer Lastfall „*Gegenphasige Belastung*“

Die zulässige Spannung $\sigma_{a,zul}$ resultiert zu 400 MPa. Dabei sind der technologische Größenbeiwert, die Oberflächenrauigkeit sowie ein Sicherheitsfaktor berücksichtigt. Während der zyklische Lastfall „*Gegenphasige Belastung*“ keine kritischen Beanspruchungen im Fahrradvorbau hervorruft (siehe Abbildung 8b) und die auftretenden Spannungen sowohl für den Zug- als auch für den Druckbereich im unteren Spannungsniveau einzuordnen sind, ist die „*Gleichphasige Belastung*“ der kritische Lastfall, der eine weitere Materialeinsparung limitiert. Im Ober- und Untergurt treten Spannungen nahe des zulässigen Spannungsmaximums auf (siehe Abbildung 8a). Darüber hinaus ist eine ausreichend hohe Steifigkeit der Komponente essentiell zur sicheren Funktionserfüllung.

Das finale, numerisch validierte Modell ist in Abbildung 9a dargestellt. Der zuvor bezüglich relativer Abmessungen festgelegten Geometrie wurden in einem iterativen, numerisch unterstützten Prozess absolute Werte zugewiesen. Somit entsteht eine strukturmechanisch funktionsfähige Leichtbaustruktur. Zum Vergleich wird die Optimierungsaufgabe des Fahrradvorbaus mit rundem Designraum an ein Topologie-Optimierungsprogramm übergeben. Das Ergebnis ist in Abbildung 9b dargestellt. Auch in diesem Modell sind Ausschnitte eingebracht, die den zuvor beschriebenen mechanischen Grundüberlegungen entsprechen.

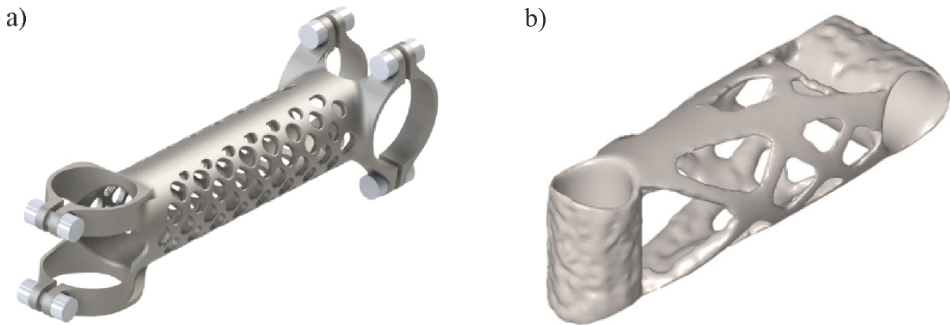


Abbildung 9: Optimierungsergebnis für den Vorbau mit dem Designraum „rund“ [8]
 a) Finales Modell nach der Optimierung auf Basis der Strukturmechanik
 b) Ergebnis eines Topologie-Optimierungsprogramms für den Designraum „rund“

Die händische Optimierung nach dem klassischen Vorgehen kann jedoch eine größere Masseneinsparung (etwa 25 %) bei gleichzeitig zeiteffizienterem Arbeiten erzielen.

4.3 Ausnutzung des Leichtbaupotentials von Fachwerkstrukturen

Die zweite Optimierungsstrategie basiert auf der Ausnutzung des Leichtbaupotentials von Fachwerkstrukturen. Ein Fachwerk ist ein aus Stäben aufgebautes und über Knoten verbundenes Gebilde. Das mechanische Element „Stab“ besitzt die aus Leichtbausicht positive Eigenschaft, dass sein Querschnitt immer gleichmäßig beansprucht wird und somit stets eine homogene Werkstoffausnutzung über den Querschnitt auftritt. Fachwerkstrukturen werden daher durch Zug- und Druckkräfte beansprucht und können somit schlank und leichtbauoptimiert ausgeführt werden. Durch eine systematische Anordnung und Ausrichtung der Stäbe in Richtung der wirkenden Hauptnormalspannungen kann das Leichtbaupotential ausgenutzt und eine Leichtbaustruktur generiert werden. Die Applikation dieser grundlegenden Herangehensweise wird an der Strukturkomponente „Fahrradvorbau“ mit rechteckigem Designraum umgesetzt.

Zunächst werden Vorüberlegungen zur optimalen Anordnung der Stäbe durchgeführt, so dass die relativen Maße und die Geometrie festgelegt sind. Dabei wird neben analytischen Methoden auch eine Topologie-Optimierungssoftware zur Ideenfindung verwendet. Im Anschluss daran erfolgt die Festlegung der absoluten Maße unter Berücksichtigung der aus den Materialparametern resultierenden zulässigen Maximalspannungen. In Abbildung 10 ist der iterative Entwicklungsprozess des Fahrradvorbaus mit rechteckigem Designraum visualisiert. Ein analytisch, auf Grundlage der Strukturmechanik ausgelegtes Fachwerk ist in Abbildung 10a gezeigt. Die Stäbe besitzen eine konstante Wandstärke und sind so angeordnet, dass ein Ober- sowie ein Untergurt zur Aufnahme des Biegemomentes entstehen. Zur Erhöhung der Stabilität sind Stäbe an den Seiten eingebracht, um den Ober- und den Untergurt kinematisch zu koppeln. An der Ober- und der Unterseite sind zur Erhöhung der Torsionssteifigkeit ebenfalls Stäbe vorgesehen.

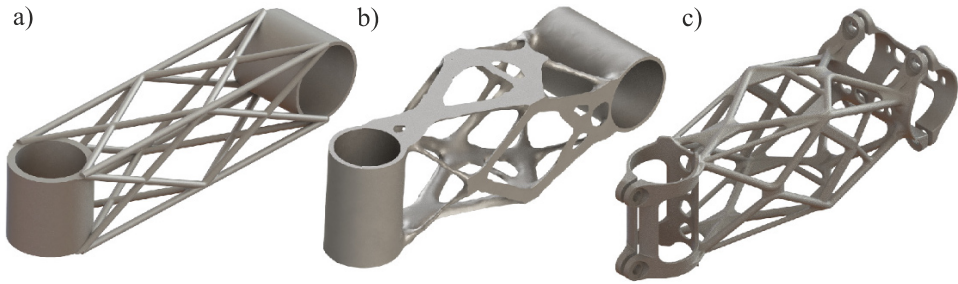


Abbildung 10: Iterativer Entwicklungsprozess des Fahrradvorbaus [8]

- Analytisch ausgelegtes Fachwerk
- Topologieoptimierungsergebnis für den Designraum „rechteckig“
- Parametrisiertes Modell

Um den Entwicklungsprozess fortzuführen, wird eine Topologie-Optimierungssoftware zur Generierung weiterer Designvorschläge hinzugezogen. Das Ergebnis ist in Abbildung 10b dargestellt. Zur anschließenden numerischen Analyse wird das Modell parametrisiert (siehe Abbildung 10c), so dass eine systematische Bewertung und Optimierung der Designvorschläge durchgeführt werden kann. Nach mehreren Iterationen auf Grundlage der initialen Designvorschläge entsteht das finale Modell des Vorbaus mit dem Designraum „rechteckig“, das in Abbildung 11 visualisiert ist.

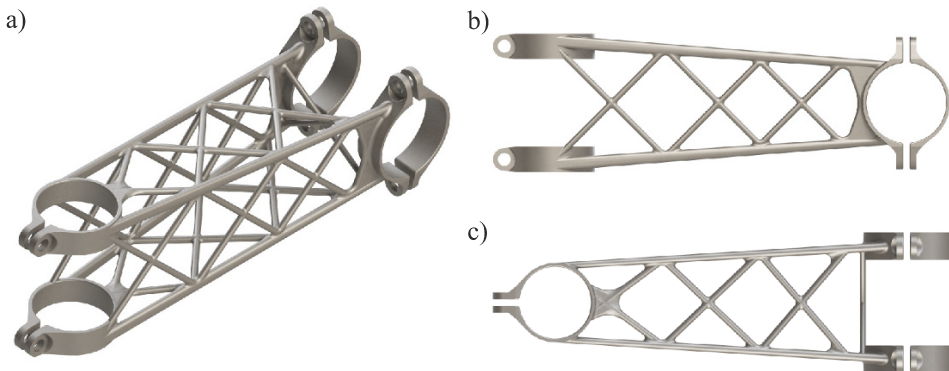


Abbildung 11: Finales Modell des Vorbaus mit dem Designraum „rechteckig“ [8]

- Isometrische Ansicht des Vorbaus
- Seitenansicht des Vorbaus
- Draufsicht des Vorbaus

Abbildung 11a zeigt den Vorbau in isometrischer Ansicht. Das durch den analytischen Vorschlag generierte Prinzip mit Ober- und Untergurt sowie Verbindungsstreben an allen vier Flächen wird beibehalten. Die Streben werden auf Grundlage der Technischen Mechanik unter 45° ausgerichtet, um die Torsion bestmöglich aufnehmen zu können. Der Abstand zwischen Ober- und Untergurt nimmt von der Krafteinleitung hin zur Einspannung zu (siehe Abbildung 11b), so dass ein der Beanspruchung angepasstes Widerstandsmoment gegen Biegung erzeugt wird. Auch die Dicke der Stäbe ist über die Länge des Vorbaus variabel der Beanspruchungssituation angepasst. In Abbildung 11c ist im Bereich der Krafteinleitungsstelle ein Versteifungskreuz eingebracht, welches zur Aufnahme der Torsion dient.

Nachdem eine aus mechanischer Sicht sinnvolle relative Geometrie festgelegt ist, müssen die absoluten Maße in einem numerisch unterstützten Prozess festgelegt werden. In einem iterativen Vorgehen werden die erforderlichen Abmessungen der Stäbe analysiert. Die Ergebnisse der abschließenden, finalen FE-Analyse, die die betriebssichere Auslegung des Fahrradvorbaus bestätigen, sind in Abbildung 12 dargestellt.

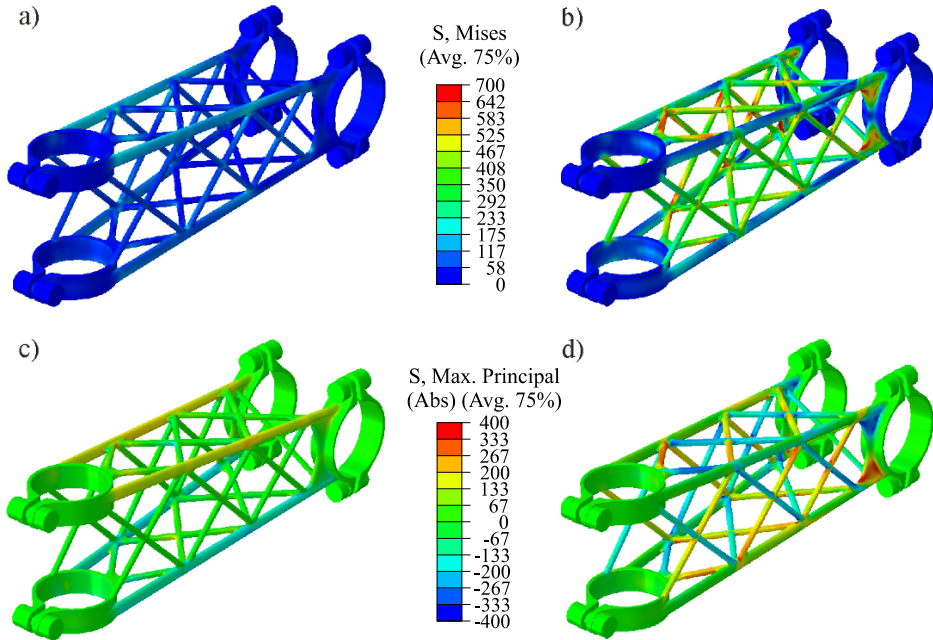


Abbildung 12: Numerische Analyse der Beanspruchungssituation für das finale Modell mit dem Designraum „rechteckig“ [8]

- Statischer Lastfall „*Biegung vorwärts*“
- Statischer Lastfall „*Seitliche Biegung*“
- Zyklischer Lastfall „*Gleichphasige Belastung*“
- Zyklischer Lastfall „*Gegenphasige Belastung*“

Auch zur Überprüfung, dass keine plastische Verformung eintritt, wird für die statischen Lastfälle die Gestaltänderungsenergiehypothese nach VON MISES verwendet. Die zulässige Spannung σ_{zul} liegt bei 700 MPa. Durch die Belastung „*Biegung vorwärts*“, die in Abbildung 12a dargestellt ist, wird bei dem Vorbau auf der Oberseite eine Zugspannung erzeugt, welche durch die beiden Stäbe in Längsrichtung aufgenommen wird. Der Vorbau wird insgesamt auf einem mittleren Spannungsniveau beansprucht. Bei der „*Seitlichen Biegung*“ wird der Vorbau durch Querkraftbiegung und, aufgrund der außermittigen Kräfteinleitung, mit Torsion belastet (Abbildung 12b). Dementsprechend wird nun die gesamte Struktur beansprucht. An den Knotenpunkten sind Spannungen nah am Spannungsmaximum zu erkennen.

Bei den zyklischen Lastfällen wird die Normalspannungshypothese nach NAVIER verwendet. Die numerische Analyse des Lastfalls „*Gleichphasige Belastung*“ ist in Abbildung 12c gezeigt. Da hier, vergleichbar zum statischen Lastfall „*Biegung vorwärts*“, der Vorbau hauptsächlich durch Zug- und Druckspannungen beansprucht wird, sind der Ober- und der Untergurt belastet. Die Spannungen sind als unkritisch zu bewerten. Nah an dem maximal zulässigen Spannungs-

ausschlag sind die Spannungen bei dem Prüfverfahren „*Gegenphasige Belastung*“. Das in Abbildung 12d visualisierte Ergebnis der FE-Simulation weist hohe Werte an den Knotenpunkten, bedingt durch die wegen der Querschnittsübergänge auftretende Kerbwirkung, auf.

Zur detaillierten Betrachtung und Veranschaulichung der optimalen Ausrichtung der Stäbe in Richtung der wirkenden Hauptnormalspannungen werden diese exemplarisch für den Lastfall „*Gegenphasige Belastung*“ ausgewertet und in Abbildung 13a illustriert. Durch die biegesteife Anbindung der Stäbe können diese theoretisch Biegemomente übertragen. Sind diese Biegemomente im Stab klein, so übertragen diese Bauteile tatsächlich nur Normalspannungen. Die optimale Ausrichtung der Stäbe wird durch die Analyse der Richtung der wirkenden Hauptnormalspannungen sichergestellt (Abbildung 13b).

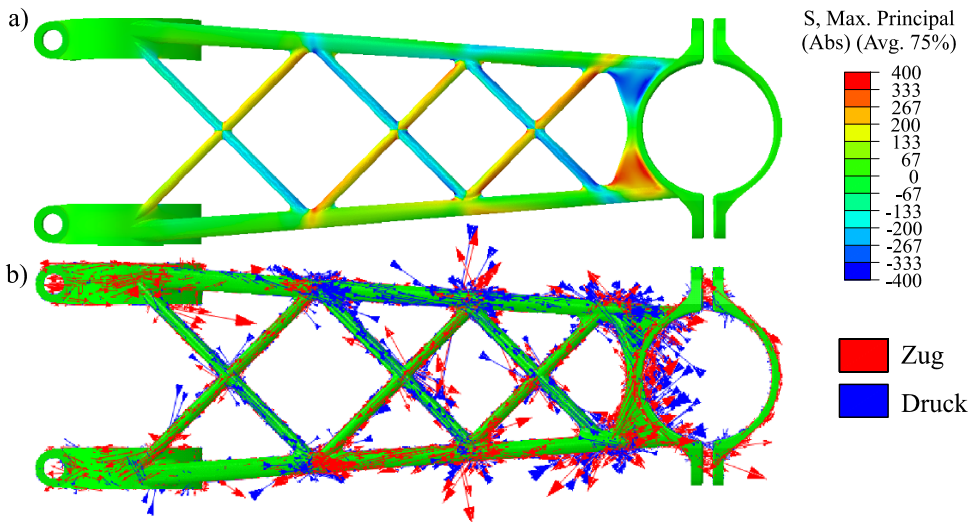


Abbildung 13: Entwicklung einer beanspruchungsangepassten Fachwerkstruktur [15]

- a) Validierung der betriebsfesten Auslegung mittels FE-Simulation
- b) Analyse der auftretenden Hauptnormalspannungsrichtungen

Die Pfeile stehen hier für die Richtung und den Betrag der wirkenden Hauptnormalspannungen: rote Pfeile symbolisieren Zugspannungen und blaue Pfeile Druckspannungen. An den Knotenpunkten sind Anhäufungen sowohl von roten als auch von blauen Pfeilen zu erkennen. Da aber der Großteil der Pfeile im Werkstoff beziehungsweise von Werkstoff umgeben ist, kann von einer beanspruchungsgerechten Auslegung und damit von einer leichtbauoptimierten Entwicklung der Strukturkomponente „Fahrradvorbau“ ausgegangen werden.

Bei Stabstrukturen, die nicht ausschließlich auf Zug belastet sind, besteht die Gefahr des Ausknickens, wenn die Druckkraft einen kritischen Wert überschreitet. Die durchgeführten numerischen Analysen veranschaulichen die Notwendigkeit der Betrachtung der Knickstabilität. Deshalb wird der hinsichtlich des Ausknickens am kritischsten zu bewertende Lastfall „Seitliche Biegung“ numerisch analysiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Abbildung 14 veranschaulicht. Die ersten beiden Eigenwerte mit ihren jeweiligen Eigenmoden (Knickformen) identifizieren die zwei kritischsten Stäbe hinsichtlich des Ausknickens. Dabei symbolisiert der jeweilige Betrag des Eigenwertes den Lastfaktor und das Vorzeichen gibt Aufschluss über die Lastwirkungsrichtung. Der Betrag des Eigenwertes stellt den Faktor dar, um den die Last erhöht werden kann, bevor ein Ausknicken des entsprechenden Stabes eintreten würde. Bei dieser Fachwerkstruktur tritt Knicken nach dem zweiten EULERSchen Knickfall auf. Bei einem Fachwerk