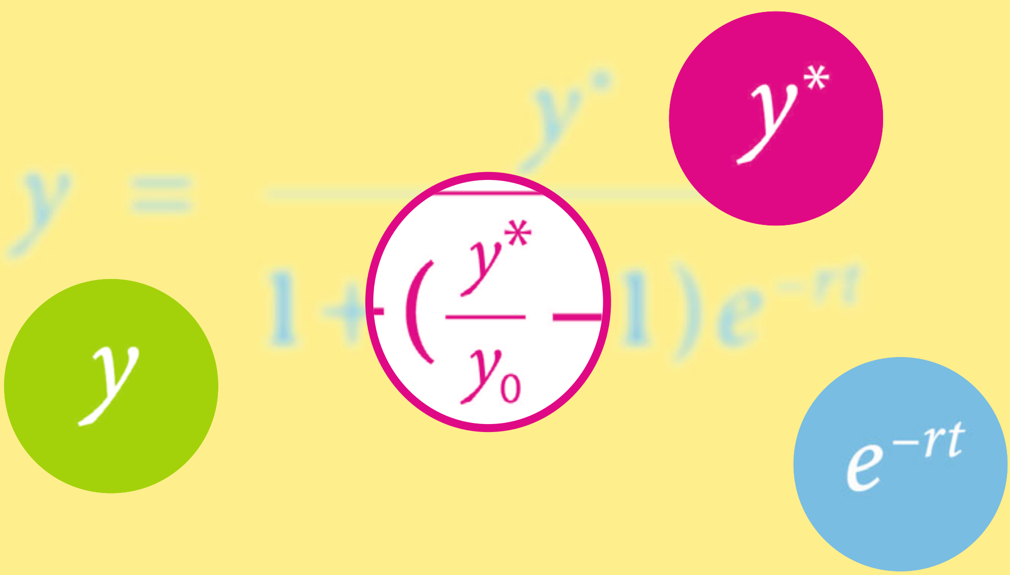
Das Formellese-lernbuch

Ronald Höfer

Was uns Formeln zu sagen haben



SACHBUCH

Springer

Das Formelleselernbuch

Ronald Höfer

Das Formelleselernbuch

Was uns Formeln zu sagen haben

3., überarbeitete Auflage

Springer

Ronald Höfer
Vöcklabruck, Österreich

ISBN 978-3-658-27138-1 ISBN 978-3-658-27139-8 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-658-27139-8

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

In der 2. Auflage erschien das Buch unter dem Titel „Formeln rasch erfassen und sicher nutzen“

Lektorat: Thomas Zipsner

Springer ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Inhaltsverzeichnis

Vorwort und Einstimmung

Eine Zeitungsnotiz: Vor nicht allzu langer Zeit konnte man in der Zeitung von einer Studie über das Verhalten des Lesers von Fachtexten lesen. Diese Studie zeigte, dass die durchschnittliche Verweildauer auf einer Seite deutlich abnahm, wenn auf dieser Seite mehr als eine Formel zu sehen war.

Dafür kann es hauptsächlich zwei Gründe geben: Der Leser hat Angst vor Formeln oder er hat einfach nicht gelernt, wie man Formeln liest, was sie einem alles erzählen können. Denn wüsste er mit Formeln umzugehen, so würde die Verweildauer auf Seiten mit Formeln deutlich zunehmen, weil Formeln eine der kompaktesten und inhaltsreichsten Darstellungsformen von Wissen sind, über die wir überhaupt verfügen.

Schade also, wenn man sie nicht nutzt.

Dieses Buch zeigt Ihnen, wie man Formeln angehen kann, um sich den in ihnen enthaltenen Schatz an Wissen zu erschließen. Mit diesem Wissen erschließt sich einem mit einem Schlage die Welt aller Formeln und damit wird fast jedem falschen Respekt oder unbegründeter Ehrfurcht die Grundlage entzogen.

Das Wissen, wie man eine Formel lesen muss, ist nicht auf ein bestimmtes Gebiet beschränkt: Sie lernen ja auch nicht das Lesen von naturwissenschaftlichen oder biologischen Texten, sondern Lesen überhaupt.

Wenn Sie bisher mit Schwierigkeiten mit Formeln hatten, so hat das einen ganz trivialen Grund: Es wurde Ihnen nie erklärt, wie man eine Formel „angeht", wie man sich den Inhalt einer Formel erschließt. Denn genau das ist es, was in der Schule selten gesagt wird: Formeln haben einen *Inhalt*. Und genau den gilt es, sehen zu lernen. Genau zu diesem Zweck ist dieses Buch geschrieben worden.

Das Erstaunliche – und zugleich die erfreuliche Nachricht – ist, dass Sie alles, was Sie zum Verstehen von Formeln benötigen, „eigentlich" schon wissen, und: Man kommt mit der Kenntnis der Grundrechenartenarten aus. Auch ohne „höhere" Mathematik kann man schon weit kommen, sehr weit.

Es ist nicht zuletzt diese Verbindung von Formeln mit „Mathematik“, die bei vielen schon mulmige Gefühle auftreten lässt. Wenn diese Gefühle da sind, sind sie da. Wir werfen daher zur Einstimmung kurz einen Blick auf Formeln und einige Gefühlslagen, die der Anblick von Formeln hervorrufen kann:

Formeln und Gefühle

Frustration und Euphorie liegen in der Mathematik oft knapp nebeneinander. Für den durchschnittlich begabten Anfänger genauso wie für den mathematischen Überflieger.

In diesem kleinen Kapitel zähle ich nur ein paar Aspekte auf, die die begleitende Gefühlslage betreffen. Da Probleme an sich, auch mathematische, gefühlsmäßig neutral sind, können sie gegensätzliche Wirkungen hervorrufen: Faszination, Begeisterung, Antrieb zur intensiven Beschäftigung genauso wie Schrecken, Abstumpfung, eine innere Abwehr-haltung.

Unsere Gefühlslage einer an sich neutralen Angelegenheit gegenüber wird stark durch das Verhalten anderer geprägt. Wenn die Mutter Rechnen als Erziehungsmaßnahme einsetzt mit den Worten „Wenn du nicht sofort … dann rechnen wir etwas“ kann man sich gut vorstellen, welche Gefühlslage allein schon der Gedanke an Rechnen und Mathematik bewirkt. Dabei hatte dasselbe Kind an demselben Tag ein völlig anderes Erlebnis. Im Rahmen der selbstständigen Lösung einer Aufgabe unter der ausschließlich unterstützenden Anleitung einer anderen Person machte dieses Kind die überraschte Entdeckung „das macht ja Spaß“. Weiterer Kommentar ist wohl überflüssig.

Die wichtigste Beobachtung ist generell die: Wenn Sie negative Gefühle mit all diesen Dingen verbinden, gehen Sie davon aus, dass die Ursache dafür eigentlich woanders liegt. Dies wäre der erste Schritt zu einer positiveren Grundstimmung.

Mein erstes Erlebnis mit der Faszination von Formeln und dem Geheimnisvollen hatte ich im Alter von circa acht Jahren. Während eines längeren Krankenhausaufenthaltes besuchte ich den internen Schulunterricht, in dem in einem Raum mehrere Altersstufen parallel unterrichtet wurden. Einige ältere Schüler nahmen in Mathematik gerade erste Rechnungen mit Klammerausdrücken vor.

Ich verstand überhaupt nicht, worum es ging, aber ich war fasziniert. Ein anderes Erlebnis hatte ich über zehn Jahre später. In einer Mathematikvorlesung für Erstsemester – es war Analysis I oder Lineare Algebra I. Ich kam kaum mit dem Schreiben mit, der Vortragende beschrieb eine Folie nach der anderen; mitdenken war schwierig. Zwar hatte ich eine ungefähre Ahnung, worum es ging, aber an ein Durchdenken und echtes Mitdenken war sicher nicht zu denken. Und da stellte doch – mitten in den Vortrag hinein – ein Student eine Frage, und zwar eine Sachfrage. Ich konnte es kaum glauben!

Als ich diese kleine Geschichte einem promovierten Mathematiker erzählte, konnte dieser nur lachen. Er meinte, dass der Betreffende diese Vorlesung wahrscheinlich schon zum zweiten, oder vielleicht dritten Mal besuchte. Wie andere auch. Ich hätte also keinen Grund an mir zu zweifeln.

Das Gefühl „draußen“ zu stehen hatte ich auch, als ich einmal einige mathematische Aufgaben lösen sollte, die ich kaum verstand. Als „Hilfe“ war einer Aufgabe eine Zeichnung beigefügt. Sie erraten es schon, ich verstand nicht einmal, was diese Zeichnung sollte, geschweige denn, wie diese Zeichnung mir eine Hilfe bei dem Beispiel sein sollte, zu dessen Lösung man also offensichtlich Unterstützung gut gebrauchen konnte, auch aus Sicht des Aufgabenstellers.

Vorhergegangene Niederlagen, Angst vor Überforderung, Erinnerung an unschöne Situationen. Das hat alles nichts mit Mathematik zu tun und nichts mit Formeln, ist aber bei manchen damit fest verbunden. Wer die Formel $1 + 1 = 2$ lesen und verstehen kann, hat kein mathematisches Problem. Das meine ich ernst. Die Ablehnung ist rein psychologisch: Ich habe Gespräche mit mathematisch angeblich Unbegabten geführt. Solange wir in einer sprachlich nicht ersichtlich „mathematischen“ Weise sprachen oder keine Formel verwendeten, konnten wir über alles reden. Kam aber ein mathematisches Reizwort oder ein ungewohntes Zeichen ins Spiel, so änderte sich die Grundhaltung schlagartig.

Wer fast phobisch vor Formeln und allem, was nur nach Mathematik oder Rechnen riecht, zurückschreckt, ist meist mathematisch genauso begabt wie jeder andere auch.

$$1 + 1 = 2$$

Wenn Sie *diese* Formel lesen können und verstehen, dann können Sie prinzipiell *alle* Formeln lesen und verstehen lernen. Sie müssen nur dieses Buch lesen.

Geheimnisvolle Zeichen, Zahlen und fremde Worte

Zeichen, die wir nicht kennen, Zahlen- und Zeichengebirge, große Tabellen, die wir nicht überblicken und exotische Namen, all das kann uns Respekt, ja Furcht einflössen – völlig unnötig. Unser Verständnis für Formeln führt all dies auf einfache, leicht verständliche Begriffe zurück:

Die geheimnisvollen Zeichen erhalten eine ganz triviale Bedeutung, wir lernen die Übersicht zu gewinnen und exotische Namen sind auch nichts anderes als Namen. Aber selbst wenn man all dies weiß, kann man sich dem Zauber und dem Gefühl des Besonderen hingeben. Nur so als Beispiel:

Zahlen und Figuren wurden erst in der Neuzeit auf spezifische Größen und Formen, die keine weiteren Bedeutungen mystischer oder magischer Art mit sich trugen, reduziert. Es gab keine Zauberzeichen und Symbole mehr, die nur Eingeweihten zugänglich waren, keine unverständlichen Geheimnisse mehr. Noch bei Johannes Kepler (1571 bis 1630) finden sich beide Aspekte, teilweise untrennbar miteinander verbunden. Falls Sie diese Aspekte von Zeichen, Geheimnissen und okkulten Bedeutungen interessieren, verweise ich auf die sprachwissenschaftlichen Arbeiten von Umberto Eco.

In unserer Kultur ist jedoch dieses diffuse Gefühl des unzugänglich Geheimnisvollen bei Symbolen, die man nicht kennt oder versteht, geblieben. Nehmen Sie dieses Gefühl, diese Faszination in eine moderne mathematische Formel unmerklich mit, so überladen Sie die Formel mit einer Bedeutung, die sie nicht hat und verwehren sich selbst den Zutritt zu einem ganz einfachen Verständnis.

Beobachten Sie an sich selbst, ob für Sie die Funktion $f(x)$ und die Funktion $\Phi(\xi)$ wirklich „gleich“ sind.

$$f(x) \text{ … wirklich kein Unterschied? … } \Phi(\xi)$$

Ich konnte Menschen beobachten, bei denen tatsächlich durch „geheimnisvolle“ Zeichen wie in einem pawlowschen Reflex die Blockade ausgelöst wurde.

„geheimnisvolles“ Zeichen $\rightarrow$ „davon versteh’ ich nichts“ $\rightarrow$ totale geistige Blockade

Die Formel „entzaubert“ diese, ein kleiner Rest „Magie“ kann durchaus bleiben. Jetzt aber als positive Faszination.

Vor mir liegt ein altes, geheimnisvoll anmutendes Buch aus dem Jahr 1904. Es ist ein dickes Buch von fast 600 Seiten voller Zahlentabellen. Es enthält unter anderem „die Logarithmen der Sinus und Tangenten von Sekunde zu Sekunde“. Diese eine Tabelle, die im Grunde „nur“ die Werte für 0 bis 45 Grad enthalten muss, erstreckt sich von Seite 188 bis 534, also über 347 Seiten.

In diesem einen erklärenden Satz ist bereits der gesamte Inhalt genannt. Der Satz nennt den Begriff, die Einheit, die Synthese all dieser zigtausend Zahlen. Allein auf einer Seite finden wir 480 Zahlenwerte, über die gesamte Tabelle sind es $45 \times 60 \times 60 \times 2 =$ Dreihundertvierundzwanzigtausend Zahlen und damit sechshundertachtundvierzigtausend Werte. Und trotzdem ist das immer nur dasselbe:

$$\sin \alpha = \ldots. \quad \text{und} \quad \tan \alpha = \ldots$$

Mehr steht nicht da.

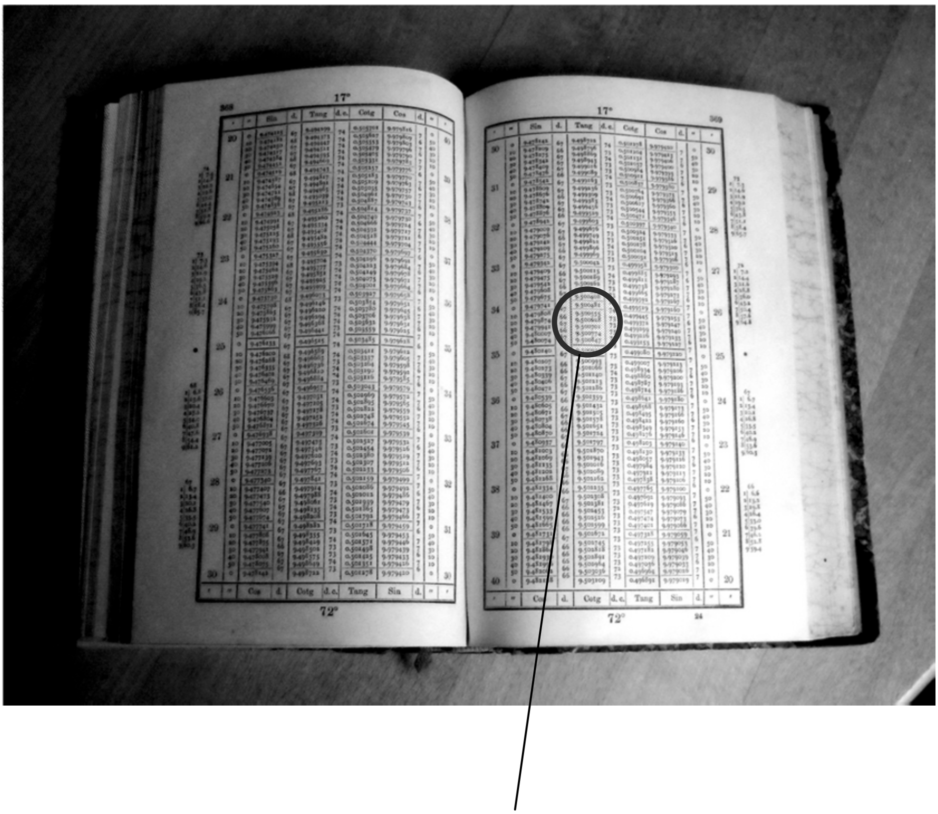
Versuchen Sie genau das zu „sehen“, wenn Sie eine Tabelle aufschlagen. Es ist wie im Telefonbuch. Sie wollen nur die Telefonnummer von Manfred M. Müller wissen. Alle anderen „Müllers“ interessieren Sie nicht. Und Angst vor Müllers haben Sie auch nicht.

Klingt „das Verhältnis zweier Differenzen“ sehr aufregend oder „besonders“? Wie aber steht es mit einem Wort wie das „totale Differential“? Potenzreihe, logarithmische Funktion, totales Differential, unitäre Räume, Satz von Banach, Fundamentalsatz der Arithmetik und wie sie alle heißen mögen. Ungewohnte Worte oder Wortzusammenstellungen, fremdsprachige Ausdrücke umgibt zuerst immer die Aura des Geheimnisvollen. Völlig zu Recht, denn bevor uns jemand erklärt, was das alles bedeutet, ist uns deren Bedeutung tatsächlich ein Geheimnis.

Entscheidend ist aber die begleitende Gefühlslage, und da ist die Situation ähnlich wie bei den geheimnisvollen Zeichen. Eine Formel ist namenlos ist. Wenn da ein „totales Differential“ steht, so steht da beispielsweise $\mathrm{d}f/\mathrm{d}x + \mathrm{d}f/\mathrm{d}y + \mathrm{d}f/\mathrm{d}z$.

Ausgesprochen: Die Summe der einzelnen Ableitungen der Funktion f, jeweils nach den drei Größen x, y, z.

Sprachlich ganz unspektakulär. Gelegentlich wird dafür ein „geheimnisvolles Zeichen“ ∇ eingesetzt, mit dem geheimnisvollen Namen „Nabla-Operator“. Und? Wenn Sie sich auch hier an den Begriff halten, beeindruckt sie vielleicht die Sache. Wer sich aber schon vom Wort beeindrucken lässt, der stößt gar nicht zur Sache selbst vor. So beeindruckt ist er. Wenn Sie ein Name wie „totales Differential“ noch immer zu sehr beeindruckt, obwohl sie das alles wissen, dann benennen Sie die Form „$\mathrm{d}f/\mathrm{d}x + \mathrm{d}f/\mathrm{d}y + \mathrm{d}f/\mathrm{d}z$“ einfach um in „Till Eulenspiegel“ oder „Minnie Maus“.



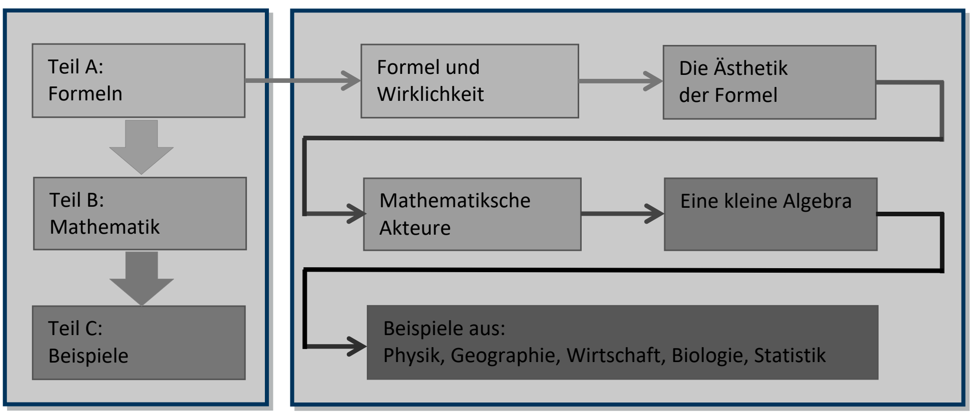
Es interessiert uns nur eine einzige Zahl!

Der Aufbau dieses Buches

Das Buch ist in drei Teile gegliedert. In Teil A beschäftigen wir uns mit Formeln ganz *elementar*, ohne uns irgendwie um die Mathematik „dahinter“ zu kümmern. Dabei fragen wir zum einen: Warum gibt es überhaupt Formeln, welche Funktion haben sie (Kapitel 1 „Formel und Wirklichkeit“) und zum anderen: Wie *erfassen* wir Formeln? Denn offensichtlich „lesen“ wir Formeln nicht in der gleichen Weise wie „normalen“ Text (Kapitel 2 „Die Ästhetik der Formel“).

Nachdem wir uns in Teil A einen grundlegenden Zugang zu Formeln erschlossen haben, beschreibt Teil B alle wichtigen mathematischen Mitspieler und deren für unser elementares Verständnis wichtigsten Eigenschaften (Kapitel 3 „Die mathematischen Akteure: 1 + 1 = 2, daraus folgt alles Weitere“). Wie wir aus Reaktionen von Lesern der ersten Auflagen erfahren konnten, erwies sich dieses Kapitel für so manchen Leser als überraschend und hilfreich („Hätte mir das früher jemand so erklärt …“). Wie die mathematischen Mitspieler innerhalb einer Formel zusammenwirken, fasst Kapitel 4 „Eine kleine Algebra“ zusammen.

Wer in Teil A mit Formeln vertraut geworden ist und in Teil B die üblichen mathematischen Verdächtigen (vielleicht in neuer Weise) einzuschätzen gelernt hat, für den stellt Teil C einige wenige, dafür bewusst ausführlich gehaltene Beispiele zur Verfügung.



Teil A

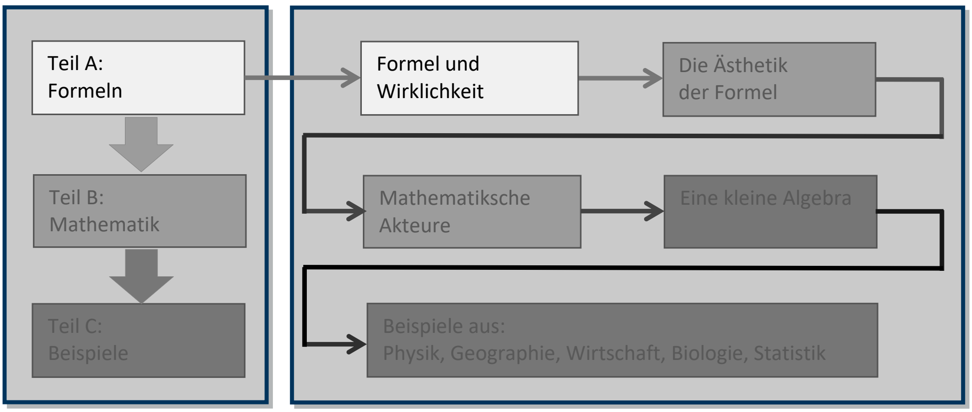
Die Formel

Worum geht es in diesem Teil A?

In diesem Hauptabschnitt A geht es darum, ein grundlegendes Verständnis für Formeln als Formeln zu entwickeln. Es gilt, Formeln ganz allgemein als ein Bild der Wirklichkeit verstehen und lesen zu lernen. Dabei nehmen wir „Bild der Wirklichkeit" durchaus wörtlich. Entsprechend besteht unsere Aufgabe zum einen darin, Formeln in eine Beziehung zur Wirklichkeit zu setzen und zum anderen darin, Formeln in ihrem bildhaften Charakter zu erkennen und „lesen" zu lernen.

Formel und Wirklichkeit

1



Worum es in diesem Kapitel geht:

Formeln sind meist nicht deshalb für uns interessant, weil sie Formeln sind, sondern weil sie uns etwas über die Wirklichkeit zu sagen haben. In diesem Kapitel geht es vor allem darum, diese Beziehung einer Formel zur Wirklichkeit sehen zu lernen: Formeln tauchen nicht aus dem Nichts auf und sind dann einfach da. Sondern wir beschäftigen uns mit einem bestimmten Phänomen, das wir zu verstehen versuchen und in diesem Zusammenhang erweist sich die Verwendung einer Formel auf einmal als äußerst hilfreich und aufschlussreich. Je besser wir den jeweiligen Kontext einer Formel verstehen, umso leichter erschließt sich uns die Aussage einer Formel, erschließt sich uns das, was sie uns zu sagen hat.

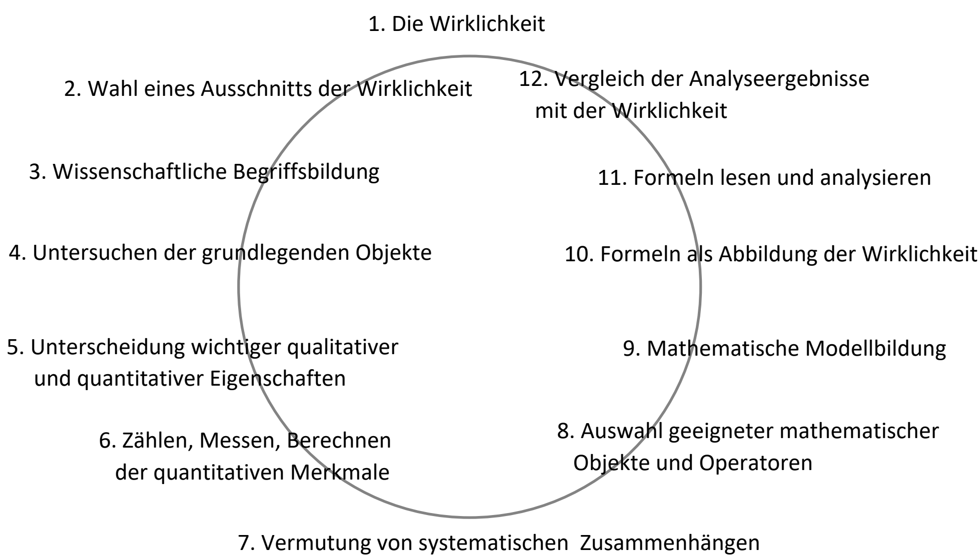
R. Höfer, *Das Formelleselernbuch*,
https://doi.org/10.1007/978-3-658-27139-8_1

Formeln als Darstellung von Zusammenhängen in der Wirklichkeit gibt es noch gar nicht so lange, so etwa seit dem 17. Jahrhundert. Galilei, Vieta, Kepler, Descartes, Newton sind nur einige Namen, die hier wichtig sind. Das 18. und 19. Jahrhundert sahen die Ausbreitung von Formeln in fast alle Wissensbereiche und die Theorie der mathematischen Modellbildung kam im 20. Jahrhundert so richtig in Fahrt.

Dabei finden sich Inhalte, die wir heute wie selbstverständlich als Formel formulieren würden, bereits in mittelalterlichen Texten, etwa des 13. und 14. Jahrhunderts. Von arabischen Texten aus dem 9. Jahrhundert und aus dem alten Babylon ganz zu schweigen. Auch komplizierte mathematische Zusammenhänge wurden damals fast ausschließlich in Worten dargestellt. Dieser Aspekt wird für uns noch wichtig werden.

Wir kehren ins 21. Jahrhundert zurück, kümmern uns nicht weiter um diverse Hintergründe, sondern gewinnen rasch einen Überblick über den Vorgang, wie eine Formel, die „etwas zu sagen hat“ entsteht. Denn daraus können wir schon einiges für das Verständnis von Formeln ableiten.

Formeln sind nicht nur stets Teil eines Textes, sondern sind gemeinsam mit diesem Teil einer Wissenschaft, einer Anwendungstechnik usw. Die folgende Grafik soll Sie kurz an diesen Gesamtzusammenhang erinnern, der sich auch in dem Detail „Formel“ stets als ganzer wiederspiegelt.



Die Punkte 2 bis 5 stellen den Sachzusammenhang dar. Bei Punkt 6 kommen unsere Objekte erstmals so richtig mit Zahlen in Berührung, deshalb werden wir auf den Punkt „Messen“ einen etwas genaueren Blick werfen. Im Punkt 7 verbergen sich bei mathematischer Sichtweise schon die Begriffe der Korrelation (aus der Statistik) und der mathematisch wesentlich verlässlicheren Verwandten der Funktion. Damit wir aber mit unseren Messergebnissen und unseren Zusammenhangsvermutungen wirklich etwas anfangen können, müssen wir vollends den Sprung in die Mathematik wagen und die für unseren Zweck passenden mathematischen Objekte und Operatoren auswählen.

Da diese Arbeit für uns längst erledigt ist, müssen wir bei Punkt 8 nur wissen:

- Welche Objekte und Operatoren stehen eigentlich zur Verfügung?
- Was können sie?
- Wie sehen sie innerhalb einer Formel aus?

Dieses Wissen genügt uns hier vollkommen, und gleich zur Beruhigung vorweg: Wir kommen mit sieben einfachen mathematischen Objekten aus und als „Operatoren" sind wir mit unseren Grundrechenarten aus der Grundschule bereits sehr gut ausgestattet.

Wenn die mathematische Modellbildung erledigt ist, dann liegen zum ersten Mal Formeln vor. Richtige, echte Formeln. Sie sehen an dieser Kurzdarstellung bereits, wie viele Schritte, wie viel Gedankenarbeit, wie viel Forschung in einer Formel zusammengefasst sein kann. Machen Sie sich damit zugleich auch klar, dass Formeln als Ergebnis eines solchen Prozesses gut und schlecht, zweckmäßig und nicht zweckmäßig, richtig oder falsch sein können; mit allen „Grauabstufungen" dazwischen. Formeln sind Abbildungen der Wirklichkeit, nicht die Wirklichkeit selbst. Erst bei Punkt 11, also kurz vor 12 steigen *wir* mit dem Lesen und Analysieren von Formeln ein. Wir wollen aber gleich die ganze Wahrheit und blicken von unserer Formel auf und schauen, was die Wirklichkeit so bereithält. Wir erwarten am besten immer, dass an der Formel zwar einiges dran ist, dass die Wirklichkeit wahrscheinlich doch noch einiges mehr oder anders ist. Dann bringt uns eine gute Formelanalyse gerade auch durch *Erkenntnis der Grenzen einer Formel* dem eigentlichen Zweck, der Erkenntnis der Wirklichkeit und dem tieferen Verständnis unseres Wissensgebietes näher.

Drei Dinge sind zum erfolgreichen Verstehen einer Formel erforderlich:

Erstens müssen wir die Formel lesen können. Genauer gesagt müssen wir sie *entziffern* können, so wie wir auch die Worte einer uns unbekannten Sprache „lesen" können, wenn sie in vertrauten lateinischen Buchstaben geschrieben sind.

Zweitens müssen wir die mathematischen Strukturen und Zusammenhänge innerhalb der Formel wenigstens erkennen können und deren ungefähre Bedeutung verstehen. Das hat nichts mit „Rechnen" zu tun.

Drittens ist eine Kenntnis des Themas erforderlich, der jeweiligen Sache, der beteiligten Gegenstände und Objekte, quasi der „Akteure" und ihres Handelns. Denn, kurz gesagt: Wer zu sehr auf die Formel fixiert ist übersieht, dass jede Formel Teil eines Textes ist und damit im Zusammenhang mit der Behandlung eines bestimmten Themas steht. Vor lauter Formelfixierung verliert man den Textzusammenhang aus dem Blick.

Kurz: Zeichenkenntnis, mathematisches Wissen und Sachkenntnis kommen in jeder Formel zusammen. Verständnisprobleme beim Lesen von Formeln haben daher vier mögliche Ursachen:

- schlechtes, um nicht zu sagen schlampiges Lesen
- unzureichende Sachkenntnis
- unzureichende mathematische Kenntnisse.

Die vierte Ursache ist die übliche Kombination aus zwei oder mehr Problemen. Da eventuell vorhandene Verständnisprobleme spätestens beim Lesen, Erklären und Anwenden einer Formel nicht mehr verdeckt werden können, projizieren viele Ihr Unverständnis allein auf die „arme“ Formel, die so gar nichts dafür kann und sich nicht wehren kann ☹!

Das zweite „Opfer“ ist dann die Mathematik. Falls überhaupt, kommt mangelndes Sachverständnis erst zum Schluss als Schuldiger für mein Unverständnis in Frage.

Auf den Punkt gebracht heißt das nichts anderes als: Sie können nicht nur diese Formel nicht lesen, Sie können überhaupt nicht Formeln lesen. Sie kennen ein paar bestimmte Formeln, so wie Sie ein paar Redewendungen kennen zum Bestellen eines Kaffees oder zur Frage nach dem Wetter im Urlaubsland. Die Landesprache beherrschen wir deshalb noch nicht, nur weil wir uns in ein paar konkreten Situationen „durchschlagen“ können. Ich möchte nicht, dass Sie sich bei Formeln nur „durchschlagen“, sondern dass Sie souverän mit jeder Formel umzugehen wissen; auch und vor allem dann, wenn Sie nicht über vollständige Information verfügen.

1.1 Die Buchstaben und die Akteure

Die allererste und wichtigste Bekanntschaft ist die mit den Akteuren einer Formel. Diese kann man ganz ohne „Formellatein“ und Mathematik machen.

Die Struktur der Formel ist uns zuerst einmal völlig egal, wir wollen uns nur einmal einen Überblick verschaffen, *worum es überhaupt geht*. Worum es wirklich geht. Jetzt werden Inhalte, Begriffe und Konzepte wichtig. Wer sind die Akteure, welche Objekte, Gegenstände spielen eine Rolle.

Wir fragen nach den wichtigsten Eigenschaften dieser Akteure. Denn bereits *ohne Berücksichtigung der Struktur* der Formel werden auch durch die ganz spezielle Zusammenstellung der Akteure bestimmte Beziehungen nahegelegt, andere ausgeschlossen. Und zwar aus rein sachlichen Gründen. Je besser Sie also die Objekte, ihre Akteure verstehen, umso erhellender wird dann für Sie die anschließende strukturelle Formelanalyse.

Noch völlig ohne mathematische Kenntnisse und ohne Wissen um formelmäßige Zusammenhänge können wir aus jeder Formel herauslesen, um wen es da geht. Wir wissen zwar nicht, was geschieht und nicht warum, aber wir können alle Beteiligten bereits kennenlernen.

▶ **Man muss zuerst einmal wissen, mit wem man es zu tun hat.**

Zwei Beispiele:

$$n = \sqrt{1 - \frac{N_e e^2}{4\pi^2 \varepsilon_0 v^2 m_e}} \qquad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-my + bxy}{rx - axy}$$

Diese Formeln sagen uns zuerst einmal überhaupt nichts. Erst, wenn wir die Bedeutung der Buchstaben kennen, wissen wir, worum es geht. Ohne Kenntnis der Buchstaben sehen wir nur eine Wurzel und einen Bruch und dergleichen. Das aber ist für das Verständnis einer Formel zuerst völlig ohne Bedeutung. Denn der Inhalt und das Thema erfahren wir nur über die Akteure.

n Brechungsindex (für Lichtstrahlen in elektrisch leitenden Schichten)
N_e Elektronendichte in m^{-3}
e Elementarladung $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ A·sec (≅ Coulomb)
π tja, ist tatsächlich die Zahl Pi, also 3,141592654…
ε_0 absolute Dielektrizitätskonstante 8,85 · 10 – 12 Asec/V·m
v Frequenz
m_e Elektronenmasse

x Anzahl der vorhandenen Beutetiere
y Anzahl der vorhandenen Raubtiere/Jäger
r die Pro-Kopf-Wachstumsrate der Beute bei Abwesenheit von Feinden
m singgemäß das Gleiche für die Jäger, wenn es keine Beute gibt
a gibt den Jagderfolg eines Jägers relativ zur Beutepopulation an
b gibt an, wie sehr sich die Vermehrung der Anzahl von Beutetieren auf die Zahl der Jäger auswirkt

Allein aufgrund der genauen Kenntnis der Akteure gewinnen wir eine Vorstellung über das Geschehen, das in der Formel beschrieben wird. Das ist es, was Sie zuallererst in einer Formel suchen, denn dann wird die Formel auch ganz organischer Teil eines Textes und man überspringt die Formel dann nicht, sondern möchte genauer hinschauen und alles erfahren. Im zweiten Teil „Anwendungsbeispiele“ finden Sie für verschiedene Bereiche das alles noch genauer ausgeführt.

1.2 Objekte, Eigenschaften, Definitionen

Damit eine Formel eine Bedeutung bekommt, benötigen wir drei verschiedene Definitionen:

1. Jedem Zeichen muss ein bestimmter Inhalt, eine bestimmte Bedeutung zugeordnet werden. Definition heißt hier: Ich lege fest, dass der Buchstabe „F“ Kraft im physikalischen Sinne bedeuten soll. Durch diese Definition kann ich *einen Ausdruck lesen*.

2. Daraus ergibt sich gleich die Frage: Was bedeutet Kraft? Was bedeutet Kraft im physikalischen Sinne? Hier benötige ich eine fachliche Definition des Gegenstands, um den es geht. Diese Art von Definition beschreibt den Gegenstand so, dass ich zum einen eine wenigstens ungefähre Ahnung habe, um was es geht. Und – das ist sehr