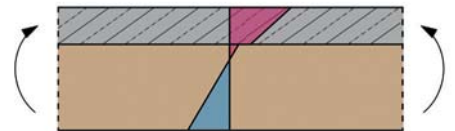
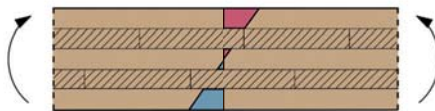


Ingenieurholzbau

Vertiefung: Tragwerke und
Berechnungsmethoden

Werner Seim

Bauingenieur-Praxis



Ingenieurholzbau

Ingenieurholzbau

Vertiefung:
Tragwerke und Berechnungsmethoden

Werner Seim

Mit Beiträgen von Johannes Hummel

Autor

Prof. Dr.-Ing. Werner Seim

Fachgebiet Bauwerkserhaltung und Holzbau
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Universität Kassel
Kurt-Wolters-Straße 3

Titelbild

Kaeng Krachan Elefantentpark, Zoo Zürich
(Foto: Wolfram Kübler, Walt Galmarini AG);
Grafik: Werner Seim

Alle Bücher von Ernst & Sohn werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2022 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Rotherstraße 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Print ISBN 978-3-433-03234-3

ePDF ISBN 978-3-433-60930-9

ePub ISBN 978-3-433-60931-6

oBook ISBN 978-3-433-60929-3

Umschlaggestaltung Stefanie Eckert-Kimmig, stilvoll, Kappelrodeck

Satz le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Inhaltsverzeichnis

Vorwort IX

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Festigkeiten und Maßstabeffekt	1
1.2	Bruchmechanik – sprödes Versagen	5
1.2.1	B- und D-Bereiche	5
1.2.2	Linear-elastische Bruchmechanik – energiebasiertes Bruchkriterium	6
1.2.3	Anwendung der Bruchmechanik	10
1.3	Plastizitätstheorie	11
1.3.1	Einführung und Historie	11
1.3.2	Anwendung des oberen Grenzwertsatzes	12
1.3.3	Anwendung des unteren Grenzwertsatzes	12
1.3.4	Kapazitätsbemessung	13
1.4	Berechnungsverfahren für zusammengesetzte Querschnitte – γ -Verfahren	14
1.5	Verschieblicher Verbund einer geklebten Verbindung	18
1.6	Berechnung nach Theorie II. Ordnung	21
	Literatur	26
2	Bauteile	27
2.1	Träger und Stützen als zusammengesetzte Bauteile	27
2.1.1	Biegestäbe, Decken- und Dachelemente	27
2.1.2	Holz-Beton-Verbundkonstruktionen	36
2.1.3	Stützen	41
2.2	Weit gespannte Träger	46
2.2.1	Satteldachträger und gekrümmte Träger	47
2.2.2	Fachwerkträger	50
2.3	Platten und Scheiben aus Brettspertholz	53
2.3.1	Aufbau, Tragwirkung und Festigkeiten	53
2.3.2	Platten	57
2.3.3	Scheiben	66
2.4	Rechnerische Modellierung von Bauteilen	70
2.4.1	Stäbe und Stabwerke	71

2.4.2	Platten aus Brettsperrholz	72
2.4.3	Wandscheiben	73
	Literatur	77
3	Anschlüsse und Verbindungen	79
3.1	Formschlüssige Holz-Holz-Verbindungen	79
3.1.1	Einführung	79
3.1.2	Blattverbindungen	83
3.1.3	Versätze	86
3.1.4	Zapfenverbindung	89
3.1.5	Holznägel	92
3.1.6	Nachgiebigkeiten	92
3.2	Gelenkige und biegesteife Anschlüsse	94
3.2.1	Konstruktionsdetails und Rechenmodell	94
3.2.2	Erweitertes Schnittprinzip	98
3.2.3	Bemessungs- und Konstruktionsregeln	100
3.3	Verbindungen und Anschlüsse mit Brettsperrholz	101
3.4	Geklebte Verbindungen	107
3.4.1	Einführung	107
3.4.2	Kleben von Bauteilen	109
3.4.3	Anschlüsse, örtliche Verstärkungen und Reparaturen	113
3.5	Verstärkung bei Querkzugbeanspruchung	115
3.5.1	Ausgeklinkte Auflager	116
3.5.2	Queranschlüsse	119
3.5.3	Durchbrüche	122
3.5.4	Aufnahme von Querkzugspannungen bei Trägern	126
3.5.5	Verstärkung von Stabdübelverbindungen	130
	Literatur	132
4	Tragwerke unter dynamischen Einwirkungen	135
4.1	Dynamik und Schwingungen	135
4.1.1	Dynamik im Bauwesen	135
4.1.2	Eigenfrequenzen von einfachen Systemen	138
4.2	Schwingungsverhalten von Decken	143
4.3	Erdbebensicheres Bauen	146
4.3.1	Erdbeben und Energiedissipation	147
4.3.2	Tragwerksentwurf und Berechnungskonzepte	150
4.3.3	Antwortspektrumverfahren – Ersatzlastverfahren	154
4.3.4	Bemessung von Wand- und Deckenelementen	164
	Literatur	168
5	Tragwerksentwurf	171
5.1	Mehrgeschossiger Holzbau	171
5.1.1	Einführung	171
5.1.2	Entwurfskriterien	171

- 5.2 Hallentragwerke 175
 - 5.2.1 Einführung 175
 - 5.2.2 Entwurfskriterien 178
 - 5.2.3 Primär- und Sekundärtragwerk 180
 - 5.2.4 Träger und Stütze 181
 - 5.2.5 Bogen, Seil und Kuppel 185
- 5.3 Brücken 187
 - 5.3.1 Einführung 187
 - 5.3.2 Entwurfskriterien 190
 - 5.3.3 Einwirkungen 196
 - 5.3.4 Lastabtrag 198
 - 5.3.5 Wartung und Unterhalt 200
- Literatur 201

Stichwortverzeichnis 205

Vorwort

Die Geschwindigkeit, mit der im Holzbau neue Produkte in die Praxis eingeführt werden, ist im Vergleich mit den übrigen Konstruktionswerkstoffen des Bauwesens schon fast atemberaubend. Dies führt dazu, dass der Holzbau bei weit gespannten Hallentragwerken und im Industriebau seinen Marktanteil kontinuierlich vergrößert und dass mit dem mehrgeschossigen Bauen nach und nach ein neues Anwendungsgebiet erschlossen wird. Hier vergeht derzeit kaum ein Monat, in dem nicht über einen neuen Höhenrekord berichtet wird, und das immer wieder auch aus Ländern, die man bisher nicht zu den klassischen Holzbaunationen zählt.

Bei einer solchen Innovationsgeschwindigkeit können normative Regeln zur Bemessung von Tragelementen und Verbindungen nicht immer Schritt halten. Sie müssen es auch nicht, wenn Ingenieurinnen und Ingenieure mit den allgemeinen Berechnungsmethoden gut vertraut sind und mit den Grundlagen, auf denen diese Methoden aufbauen. Auf dieser Basis können auch neue, auf den ersten Blick ungewohnte Regelungen zu einzelnen Produkten eingeordnet und sicher interpretiert werden. Und bereits beim Tragwerksentwurf können innovative Produkte für neuartige Lösungen vorgeschlagen werden.

In diesem Sinn bilden im vorliegenden zweiten Band „*Ingenieurholzbau – Vertiefung*“ das erste Kapitel zu den theoretischen Grundlagen und das fünfte Kapitel zum Tragwerksentwurf eine Klammer für das zweite und dritte Kapitel, in denen Berechnungsmethoden für Tragelemente und Verbindungen vorgestellt und erläutert werden, welche im ersten Band „*Ingenieur-Holzbau – Basiswissen*“ keinen Platz mehr fanden. Wichtige Schwerpunktthemen sind Verbundbauteile sowie geklebte und formschlüssige Verbindungen. Ein eigenes Kapitel ist der Schwingungsberechnung und der Erdbebenbemessung gewidmet. Die einzelnen Kapitel sind inhaltlich eigenständig strukturiert. Man muss das Buch nicht von vorne nach hinten durcharbeiten, sondern kann, wenn man möchte, mit demjenigen Thema einsteigen, welches einen am meisten interessiert.

Der Inhalt des Buches deckt sich weitgehend mit den Inhalten der „Holzbau-Vertiefung“ im Masterstudiengang Bauingenieurwesen an der Universität Kassel und baut auf den Vorlesungsunterlagen auf, welche in den vergangenen Jahren dort am Fachgebiet Bauwerkserhaltung und Holzbau erarbeitet wurden. Carsten Pörtner, Martin Schäfers, Heiko Koch, Lars Eisenhut, Tobias Vogt, Johannes Hummel, Michael Schick, Timo Claus, Sascha Schwendner, Giuseppe D’Arenzo und Jens Frohn-

müller haben in dieser Zeit als wissenschaftliche Mitarbeiter ganz wesentlich zur Entwicklung unseres Lehrkonzeptes beigetragen. Bianca Böhmer hat für die Inhalte des zweiten Bandes eine Vielzahl handschriftlicher Notizen in Textform gebracht. Ai Phien Ho und Ann-Katrin Westermann haben sich als studentische Mitarbeiterinnen mit großer Sorgfalt um eine gute und einheitliche grafische Darstellung gekümmert. Wichtige Hinweise zum Abschnitt Brücken gehen auf Matthias Gerold zurück. Bei allen möchte ich mich sehr herzlich bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Johannes Hummel, der die Herausgabe der gedruckten Vorlesungsmanuskripte, auf denen dieser Band beruht, betreut und das vierte Kapitel mit verfasst hat.

Kassel, im September 2021

Werner Seim

1

Theoretische Grundlagen

Es ist immer wieder erstaunlich, wie elegant und ökonomisch Holztragwerke konzipiert und umgesetzt werden können. Und das bei einem Werkstoff, der den Wachstumsbedingungen in der Natur unterliegt und dadurch erhebliche Unregelmäßigkeiten und ausgeprägte anisotrope Festigkeitseigenschaften aufweist. Die ingenieurtechnische Beherrschung dieser Besonderheiten erfolgt auf der Grundlage von ganz unterschiedlichen theoretischen Ansätzen. Diese stammen aus verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen und wurden für die Fragestellungen des Holzbaus adaptiert. Bei manchen Bemessungsregeln – so z. B. bei den sogenannten „Johansen-Formeln“ – sind diese Grundlagen gut nachvollziehbar. Andere normative Regelungen verwenden Formulierungen mit dimensionsgebundenen Beiwerten, deren Herleitung ohne aufwendige Recherche nicht mehr nachvollziehbar ist. In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten theoretischen Grundlagen, welche bei gewöhnlichen Bemessungsaufgaben im Holzbau eine Rolle spielen, erläutert und es wird die Anwendung mit Bezug zum jeweiligen Ingenieurmodell erklärt.

1.1 Festigkeiten und Maßstabeffekt

Die Festigkeiten des Holzes hängen von der Dichte, von der Faserstruktur und von den wuchsbedingten Unregelmäßigkeiten ab. Eine besondere Bedeutung haben in diesem Zusammenhang die Äste. Dieser Einfluss wiederum hängt von der Art der Belastung ab: Bei Zug wird der Ast zur Fehlstelle, bei Druck wird der lineare Lastfluss gestört (siehe Band 1, Abschn. 1.2.2). Bei einer Biegebeanspruchung, wo nun gleichzeitig Druck- und Zugspannungen auftreten, hängt der Einfluss eines Astes nicht nur von dessen Größe, sondern ganz entscheidend von seiner Lage ab. Dies wird in Abb. 1.1 veranschaulicht: Aufgrund der Äste ist die Zugtragfähigkeit des Kantholzes im Vergleich zu einer ungestörten, astfreien Probe erheblich reduziert, und zwar mehr oder weniger unabhängig von der Lage des Astes. Im Gegensatz dazu haben Äste nur dann einen Einfluss auf die Biegetragfähigkeit, wenn diese im Bereich des maximalen Biegemoments am zugbeanspruchten Rand liegen. Das ist eine Situation, die eher selten auftritt. Zusätzlich und unabhängig von diesen statistischen Betrachtungen ist auf der Druckseite des biegebeanspruchten Querschnitts ein gewisser Plastifizierungseffekt möglich.

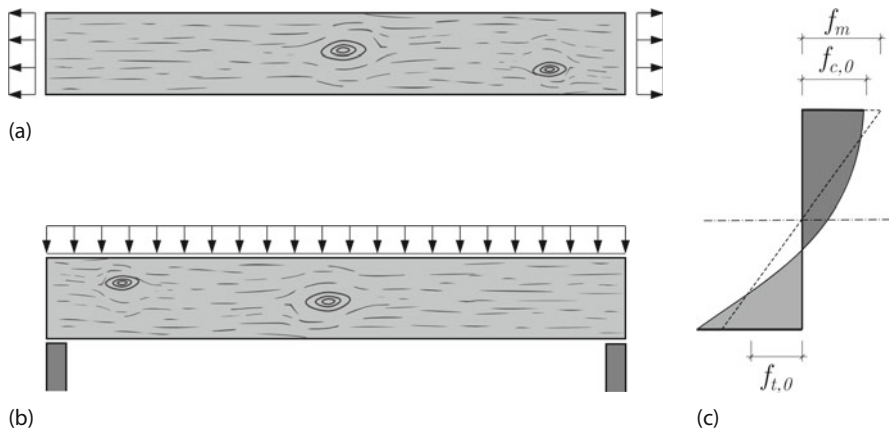


Abb. 1.1 Kantholz mit Ästen: (a) zugbeansprucht, (b) biegebeansprucht und (c) Spannungsverlauf zur Biegebeanspruchung.

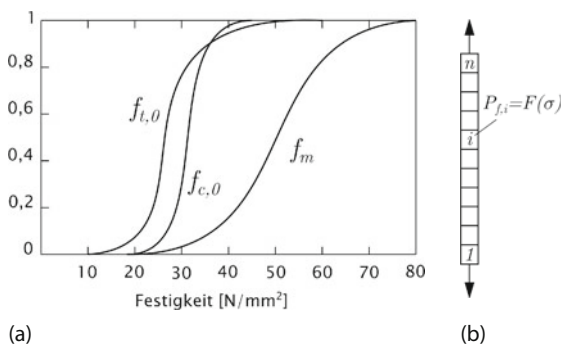


Abb. 1.2 (a) Statistische Verteilung unterschiedlicher Festigkeiten von Nadelholz nach Hansson und Thelandersson (2003) und (b) Zugstab mit n Teilabschnitten gleicher Länge.

Die Biegefestigkeit des Holzes ist somit ein eigenständiger Materialkennwert, der höher liegt als die Zugfestigkeit. Dies konnte in der Vergangenheit durch umfangreiche statistische Auswertungen von Versuchen unter Druck-, Zug- und Biegebeanspruchung gezeigt werden (siehe Abb. 1.2a) und spiegelt sich in den normativen Regelungen wider.

Bei der Festlegung von Zug- und Biegefestigkeiten spielt die statistische Verteilung der Äste als Fehlstellen eine entscheidende Rolle. Das betrifft sowohl die Größe des einzelnen Astes als auch seine Lage bezogen auf die Länge des Trägers und die Querschnittshöhe. Zur Beschreibung dieser Effekte wird gerne eine auf Waloddi Weibull (1887–1979) zurückgehende Formulierung verwendet, die auf der Theorie des schwächsten Gliedes einer Kette aufbaut. Diese Betrachtungsweise ist für spröde Versagensarten naheliegend. Abbildung 1.2b veranschaulicht dies für einen Zugstab. Geht man davon aus, dass die Versagenswahrscheinlichkeit für jeden Teilabschnitt i durch dieselbe Verteilungsfunktion $F(\sigma)$ des Festigkeitswertes σ bestimmt

wird:

$$P_{f,i} = F(\sigma), \quad (1.1)$$

dann ist die Überlebenswahrscheinlichkeit:

$$P_{s,i} = 1 - P_{f,i}. \quad (1.2)$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit des Stabes mit n Teilabschnitten ist das Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Abschnitte:

$$P_s = (1 - P_{f,1}) \cdot (1 - P_{f,2}) \cdot \dots \cdot (1 - P_{f,n}), \quad (1.3)$$

$$P_s = (1 - P_{f,i})^n. \quad (1.4)$$

Somit ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Stabes zu

$$P_f = 1 - (1 - P_{f,i})^n = 1 - (1 - F(\sigma))^n = 1 - e^{n \cdot \ln(1 - F(\sigma))}. \quad (1.5)$$

Da die Werte $F(\sigma)$ sehr klein sind, kann der Ausdruck vereinfacht werden zu

$$P_f \approx 1 - e^{-n \cdot F(\sigma)}. \quad (1.6)$$

Für die statistische Verteilung der Festigkeit im unteren Bereich wird nun eine Exponentialfunktion mit

$$F(\sigma) = \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{m} \right)^k \quad (1.7)$$

verwendet. Die beiden Parameter m und k charakterisieren die Form der Verteilungsfunktion und werden aus der Auswertung von Versuchsdaten gewonnen. Zusätzlich erfolgt ein Übergang von n Teilabschnitten zum Integral über das Stabvolumen V :

$$P_f = 1 - e^{-n \cdot F(\sigma)} = 1 - e^{-\int F(\sigma) \cdot dV} = 1 - e^{-V \cdot F(\sigma)} = 1 - e^{-V \cdot \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{m} \right)^k}. \quad (1.8)$$

Geht man davon aus, dass als unterer Grenzwert der Festigkeit $\sigma_0 = 0$ eingesetzt werden kann, dann beträgt die Versagenswahrscheinlichkeit bei konstanter Spannung innerhalb des Volumens V

$$P_f = 1 - e^{-V \cdot \left(\frac{\sigma}{m} \right)^k}, \quad (1.9)$$

d. h. die Versagenswahrscheinlichkeit hängt somit von der Spannung im Bauteil und von seinem Volumen ab sowie von den aus der statistischen Auswertung von Versuchen gewonnenen Parametern m und k . Einen guten Überblick zu diesem Verfahren gibt [Isaksson \(2003\)](#).

Im Rahmen der Weibull-Theorie geht man davon aus, dass die Formparameter m und k unabhängig vom Volumen der Versuchskörper sind. Damit können für zwei unterschiedliche Volumina V_1 und V_2 die zugehörigen Festigkeiten σ_1 und σ_2 ins

Verhältnis gesetzt werden, mit der Bedingung, dass die Versagenswahrscheinlichkeit in beiden Fällen gleich groß sein soll:

$$1 - e^{-V_1 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{m}\right)^k} = 1 - e^{-V_2 \cdot \left(\frac{\sigma_2}{m}\right)^k}, \quad (1.10)$$

$$\Rightarrow -V_1 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{m}\right)^k = -V_2 \cdot \left(\frac{\sigma_2}{m}\right)^k, \quad (1.11)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}. \quad (1.12)$$

Auf diese Formulierung wird im EC5 an zwei Stellen zurückgegriffen: Die charakteristischen Werte bzw. die Bemessungswerte der Biege- und der Zugfestigkeit dürfen um einen Beiwert k_n erhöht werden.

Für Vollholz gilt:

$$k_n = \min \left\{ \left(\frac{150}{h}\right)^{0,2}, 1,3 \right\}, \quad (1.13)$$

Für Brettschichtholz gilt:

$$k_n = \min \left\{ \left(\frac{600}{h}\right)^{0,1}, 1,1 \right\}, \quad (1.14)$$

Der Beiwert darf in Ansatz gebracht werden, wenn die jeweiligen Referenzhöhen, die anstelle des Referenzvolumens verwendet werden, unterschritten werden. Die Referenzhöhen betragen 150 mm bei Vollholz und 600 mm bei Brettschichtholz. Werte kleiner als 1,0, die sich bei höheren Querschnitten ergeben, dürfen unberücksichtigt bleiben.

Beim Querkzugnachweis im Firstbereich von Satteldachträgern und gekrümmten Trägern aus Brettschichtholz wird der Bemessungswert der Querkzugfestigkeit mit Bezug auf ein Referenzvolumen V_0 angepasst:

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{0,2}. \quad (1.15)$$

Die Anwendung dieser Formulierung wird in Abschn. 2.2.1 erläutert.

Bei aller Klarheit stößt die Anwendung der Weibull-Theorie immer wieder an ihre Grenzen. Unter anderem dann, wenn es um die einheitliche Festlegung der Formfaktoren für konkrete Bemessungsaufgaben geht. Eine Alternative zu einer geschlossenen Herleitung bieten Parameterstudien mithilfe von Computersimulationen, bei denen statistische Effekte mit der Monte-Carlo-Methode berücksichtigt werden. Wichtige Beiträge dazu stammen von [Foschi und Barrett \(1980\)](#), [Colling \(1990\)](#) und [Serrano et al. \(2001\)](#).

1.2 Bruchmechanik – sprödes Versagen

1.2.1 B- und D-Bereiche

Die Querzugfestigkeit von Holz ist wesentlich geringer als die Zugfestigkeit in Faserrichtung. Dies ist mit der Struktur der Fasern, deren Orientierung und der daraus resultierenden Anisotropie zu begründen. Bei Überschreitung der Querzugfestigkeit des Holzes versagt der Werkstoff meist ohne Vorankündigung und ohne erkennbare Verformungen des Bauteils. Da ein solch sprödes Versagen im Bauwerk ausgeschlossen werden soll, wurden im traditionellen zimmermannsmäßigen Holzbau Konstruktionen, bei denen nennenswerte Querzugspannungen auftreten, möglichst vermieden. Im modernen Holzbau mit weit spannenden und gekrümmten Konstruktionen und bei den zugehörigen Verbindungen sind Querzugspannungen nicht zu umgehen. Dennoch ist die Vermeidung oder zumindest die Begrenzung von Querzugspannungen durch konstruktive Maßnahmen eine erste, wichtige Zielsetzung für den werkstoffgerechten Entwurf.

Allgemein unterscheidet man bei stabförmigen Biegeträgern zwischen B-Bereichen, welche nach der klassischen Biegetheorie zu berechnen sind, und den D-Bereichen, mit einem zweiachsigen Spannungszustand infolge von Diskontinuitäten. Die Biegetheorie nach Bernoulli geht vom Ebenbleiben der Querschnitte aus und von einem im Verhältnis zur Spannweite schlanken Querschnitt, der ausschließlich durch Spannungen in Längsrichtung beansprucht wird. Bereiche, wo sich der Querschnitt ändert oder wo Lasten quer zur Stabachse angreifen, weichen von diesen Annahmen ab. Es stellen sich lokal zweiachsige Scheibenspannungszustände ein. Diese ebenen Spannungszustände sind im Holzbau wegen der ausgeprägten Anisotropie besonders zu beachten. Abbildung 1.3 zeigt anschaulich, dass bei einem Träger die D-Bereiche durchaus dominieren können, wenn für deren Länge in etwa die Höhe des betrachteten Querschnitts angesetzt wird.

Für D-Bereiche könnten die Beanspruchungen direkt über Fachwerkmodelle abgeschätzt oder mit einem Finite-Elemente-Modell berechnet werden. Die Bemessung dieser Bereiche erfolgt in den normativen Regeln des Holzbaus allerdings meist indirekt. Tatsächlich auftretende Querzugspannungen werden nicht explizit ermittelt. Die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden für Ausklinkungen, Queranschlüsse und Durchbrüche mit Beiwerten geführt, welche auf bruchmechanische Betrachtungen und Herleitungen zurückgehen.

Im folgenden Abschnitt wird dazu kurz in die Anwendung der linear-elastischen Bruchmechanik eingeführt und es wird am Beispiel der Ausklinkung gezeigt, wie

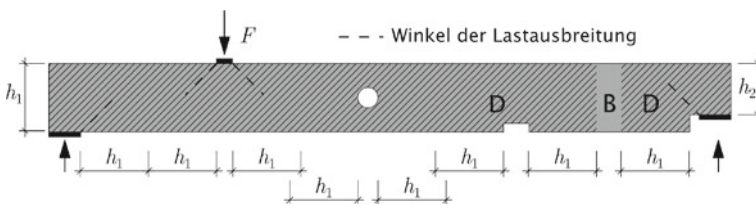


Abb. 1.3 Balken mit B- und D-Bereichen infolge lokaler Diskontinuitäten.

eine bruchmechanisch exakte Lösung in eine vergleichsweise einfach handhabbare analytische Formulierung überführt wird. Anschlüsse und Details mit Querkzugbeanspruchung werden im Kap. 3 umfassend behandelt und es werden dort auch entsprechende Verstärkungsmöglichkeiten zur Aufnahme von Querkzugkräften mit den zugehörigen Bemessungsregeln erläutert.

Einen Sonderfall stellen Satteldachträger und gekrümmte Träger dar. Beim Satteldachträger resultieren die Querkzugspannungen aus der Querschnittsdiskontinuität, das ist der D-Bereich beim First. Beim gekrümmten Träger gilt die Bernoulli-Hypothese aufgrund der unterschiedlich langen Randfasern des differentiellen Balkenelementes nicht und es treten keine lokalen, sondern kontinuierliche Querkzugspannungen im gekrümmten Bereich auf. Diese Zusammenhänge werden in Abschn. 2.2.1 ausführlich behandelt.

1.2.2 Linear-elastische Bruchmechanik – energiebasiertes Bruchkriterium

Grundlage für die Bemessung querkzugbeanspruchter Bereiche im Holzbau ist die linear-elastische Bruchmechanik (LEBM). In der Bruchmechanik wird davon ausgegangen, dass sich ein schon vorhandener Riss oder eine Fehlstelle, welche aus der Produktion bzw. den Wuchsmerkmalen des Holzes resultiert, unter einer Beanspruchung aufweitet und verlängert. Aufgrund des Faserverlaufs kann sich ein Riss im Holz in drei verschiedene Richtungen entwickeln (siehe Abb. 1.4a). Eine Belastung senkrecht zur Faser führt zu einem Aufreißen des Holzes nach Modus I. Schubkräfte in Längsrichtung des Holzes führen zu einem Schubversagen zwischen den Fasern nach Modus II. Die Schubbeanspruchung senkrecht zur Faser nach Modus III wird als Rollschub bezeichnet. In vielen Fällen tritt eine kombinierte Beanspruchung des Holzes nach Modus I und Modus II auf. Da die Rollschubfestigkeit des Holzes wesentlich geringer ist als die Schubfestigkeit längs zur Faser, sollte eine Beanspruchung in Modus III möglichst ganz vermieden werden. Eine Ausnahme gilt allerdings für das Brettsperrholz. Dort spielt der Rollschub beim Lastabtrag eine entscheidende Rolle, wie in Abschn. 2.3 gezeigt wird.

Liegt eine Beanspruchung senkrecht zur Faserrichtung vor, dann reagiert das Holz mit linear-elastischem Verhalten, bis die Querkzugfestigkeit $f_{c,90}$ oder die maximale Dehnung δ_1 an der Rissspitze erreicht ist (siehe Abb. 1.4b). Bei Überschreitung der Festigkeit wird ein neuer Riss an dieser Stelle initiiert oder ein vorhandener Riss wird länger. Ab einer gewissen Risslänge kommt es zu einem unkontrollier-

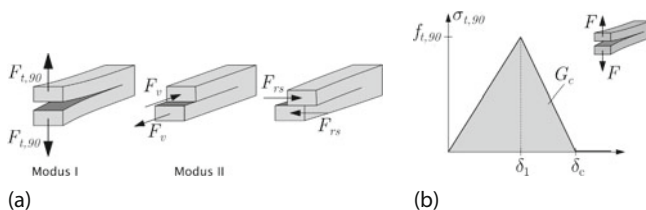


Abb. 1.4 (a) Beanspruchungsmoden und (b) beispielhafte Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei einer Beanspruchung in Modus I.

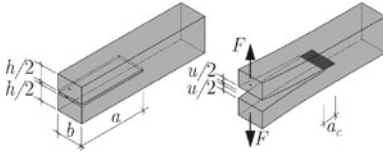


Abb. 1.5 Eingeschnittener Balken mit zwei Einzellasten.

ten Anwachsen des Risses und zu einem Sprödbbruch ohne Vorankündigung. Die aufgebrachte Last kann nicht gehalten werden und das Bauteil versagt.

Die Bruchmechanik beschäftigt sich mit der Erfassung der oben beschriebenen Mechanismen. Die grundlegenden Zusammenhänge für querzugbeanspruchte Holzbauteile wurden von Per Johan Gustafsson (1988) zusammengestellt.

Die erforderlichen Gleichungen können anschaulich und beispielhaft für das in Abb. 1.5 dargestellte Bauteil hergeleitet werden. Die kritische Kraft F_{crit} ist dann erreicht, wenn ein im lastfreien Zustand bereits vorhandener Riss der Länge a unkontrolliert fortschreitet.

Das Gesamtpotenzial Π ergibt sich aus der Energiebilanz

$$\Pi = W_i - W_a + W_0, \quad (1.16)$$

mit

W_i Formänderungsenergie,

W_a äußere Arbeit,

W_0 Energiefreisetzung.

Die beim Risswachstum in der Bruchfläche freigesetzte Energie W_0 wird z. B. in Wärme und Schall umgewandelt.

Das Risswachstum erreicht den kritischen Wert a_c und geht in einen instabilen Bereich über, wenn das Maximum der Gesamtenergie erreicht ist (siehe Abb. 1.6a):

$$\frac{d\Pi}{dA} = 0 \quad (1.17)$$

$$\frac{d(W_a - W_i)}{dA} = \frac{dW_0}{dA} = G_c. \quad (1.18)$$

Die in diesem Zusammenhang definierte Griffith-Konstante G_c ist als Verhältnis der freigewordenen Energie zur Änderung der Bruchfläche definiert. Für das Beispiel aus Abb. 1.5 können die gespeicherte Energie W_i und die Arbeit der äußeren Lasten W_a mit der Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte ermittelt werden. Die Formänderungsenergie W_i wird über die Verformung der Einzelquerschnitte für u und $u + du$ in Abb. 1.6b dargestellt. Dabei wird vorausgesetzt, dass der Riss bereits instabil ist, d. h., er wächst, ohne dass die Kraft zunimmt. Damit ist die kritische Bruchlast F_{crit} erreicht.

Mit

$$u = 2 \cdot \frac{F \cdot a^3}{3 \cdot EI} \quad (1.19)$$

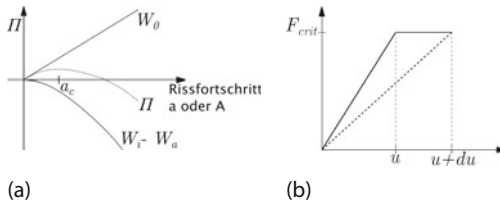


Abb. 1.6 (a) Energiebilanz und (b) Last-Verformungs-Beziehung beim Rissfortschritt.

und

$$I = \frac{b \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} = \frac{b \cdot h^3}{96} \quad (1.20)$$

lässt sich eine Ersatzfedersteifigkeit für die beiden Kragarme in Abb. 1.5 beschreiben:

$$c = \frac{1}{k} = \frac{u}{F} = 2 \cdot \frac{a^3}{3 \cdot EI} = 64 \cdot \frac{a^3}{E \cdot b \cdot h^3} . \quad (1.21)$$

Der Zuwachs der inneren Arbeit (Formänderungsenergie) ergibt sich aus der Differenz von

$$W_{i,u} = \frac{1}{2} \cdot F \cdot u \quad (1.22)$$

und

$$W_{i,u+du} = \frac{1}{2} \cdot F \cdot (u + du) \quad (1.23)$$

$$dW_i = W_{i,u+du} - W_{i,u} = \frac{1}{2} \cdot F \cdot du . \quad (1.24)$$

Der Zuwachs der äußeren Arbeit lässt sich angeben als:

$$dW_a = F \cdot du . \quad (1.25)$$

Durch Einsetzen von Gln. (1.23) und (1.24) in Gl. (1.18) folgt mit

$$dA = b \cdot da \quad (1.26)$$

$$G_c = \frac{1}{b} \cdot \left(F \cdot \frac{du}{da} - \frac{1}{2} \cdot F \cdot \frac{du}{da} \right) = F \cdot \frac{1}{2 \cdot b} \cdot \frac{du}{da} . \quad (1.27)$$

Mit der Definition der Ersatzfedersteifigkeit

$$c = \frac{1}{k} = \frac{u}{F} \quad (1.28)$$

und deren Ableitung nach u

$$\frac{dc}{du} = \frac{1}{F} , \quad (1.29)$$

erhält man

$$du = F \cdot dc . \quad (1.30)$$

Die Ableitung von Gl. (1.21) nach a ergibt

$$\frac{dc}{da} = \frac{3 \cdot a^2 \cdot 64}{E \cdot b \cdot h^3} . \quad (1.31)$$

Mit Gln. (1.30) und (1.31) in Gl. (1.27) eingesetzt, lässt sich eine Bezeichnung zwischen der kritischen Bruchlast und der Griffith-Konstanten angeben:

$$G_c = F_{crit}^2 \cdot \frac{dc}{da} \cdot \frac{1}{2 \cdot b} = \frac{F_{crit}^2 \cdot a^2 \cdot 96}{b^2 \cdot E \cdot h^3} . \quad (1.32)$$

Die zugehörige kritische Bruchlast beträgt:

$$F_{crit} = \sqrt{\frac{G_c \cdot b^2 \cdot E \cdot h^3}{96 \cdot a^2}} . \quad (1.33)$$

Folgende Bezeichnungen wurden für diese Herleitung verwendet:

u	Größe der Verformung zwischen den Kragträgern,
b	Breite der Rissfläche bzw. des Bauteils,
a	Abstand der Lasteinleitung zum Ende des Einschnitts,
F	aufgebrachte Last,
E	E-Modul des Werkstoffs,
I	Flächenträgheitsmoment des Einzelquerschnitts,
k	Federkennwert des Biegeträgers,
$c = 1/k$	Federsteifigkeit,
du	Änderung der Rissöffnung,
da	Änderung der Risslänge,
dc	Änderung der Ersatz-Federsteifigkeit,
G_c	Bruchenergie [J/m ²] oder [N/mm].

Die auf eine infinitesimale Fläche bezogene Energiefreisetzung kann als spezifische Bruchenergie aufgefasst werden. Die Größe der Griffith-Konstanten lässt sich über die Fläche unter dem Last-Verformungs-Diagramm nach Abb. 1.4b veranschaulichen. Hier wurde eine bilinear vereinfachte Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet, deren Flächeninhalt der spezifischen Bruchenergie entspricht. Die Bruchenergie des Holzes ist maßgeblich von der Rohdichte abhängig und liegt für Nadel- und Brettschichtholz etwa bei $G_c = 0,3 \text{ N/mm}^2$ für Zugbeanspruchung senkrecht zur Faserrichtung. Die Bruchenergie wird aus Versuchen ermittelt.

Die Gleichung für die kritische Kraft F_{crit} zeigt, dass die maximal aufzubringende Kraft nicht direkt von der Querkzugfestigkeit des Materials abhängig ist. Die bestimmenden Werkstoffparameter sind die spezifische Bruchenergie und der E-Modul. Eine zweite Erkenntnis aus Gl. (1.33) ist die starke Abhängigkeit der Bruchlast von der Querschnittshöhe. Dies zeigt, dass ein reiner Spannungs-Festigkeits-Nachweis der Bauteilgeometrie am Riss nicht ausreicht, da sich ein Maßstabseffekt ergibt, der bei der Bemessung zu berücksichtigen ist.

1.2.3 Anwendung der Bruchmechanik

Die im vorgehenden Abschnitt ausführlich beschriebene Vorgehensweise kann nun auf konkrete statisch-konstruktive Randbedingungen angewandt werden. [Gustafsson \(1988\)](#) leitet für das in [Abb. 1.7](#) dargestellte Auflager eines symmetrischen Trägers mit der Breite b die kritische Last her:

$$F_{crit} = \frac{b \cdot \alpha \cdot h \cdot \sqrt{\frac{G_c}{h}}}{\sqrt{\frac{0,6 \cdot (\alpha - \alpha^2)}{G_{xy}} + \beta \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2\right)}{E_x}}}}. \quad (1.34)$$

Dabei berücksichtigt er die elastischen Anteile aus der Biege- und Schubverformung des Trägers mit dem Elastizitätsmodul E_x und dem Schubmodul G_{xy} sowie die zusätzliche elastische Verformung im Bereich der Ausklinkung als Kragarm bis zur Risspitze. Die Beiwerte α und β beschreiben die Geometrie der Ausklinkung (siehe [Band 1, Abschn. 2.8.3](#)).

Dieser Term wird von [Larsen et al. \(1992\)](#) so umgestellt, dass die kritische Last als eine mit k_{vV} abgeminderte Schubtragfähigkeit des reduzierten Querschnitts definiert wird.

$$F_{crit} = k_{vV} \cdot f_V \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot h_{eff}, \quad (1.35)$$

mit

$$k_{vV} = \frac{\frac{1,5}{f_V} \cdot \sqrt{G_c}}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\frac{E_x}{G_{xy}} \cdot 0,6 \cdot (\alpha - \alpha^2)} + \beta \cdot \sqrt{6 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2\right)} \right)}. \quad (1.36)$$

Aus Versuchen kann für das Verhältnis von Bruchenergie zur Schubfestigkeit ein Parameter k_n angegeben werden und im Nenner kann für das Verhältnis von E_x und G_{xy} der Wert 16 eingesetzt werden. Damit erhält man k_{vV} in der in EC5 verankerten Formulierung

$$k_{vV} = \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha(1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \beta \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}. \quad (1.37)$$

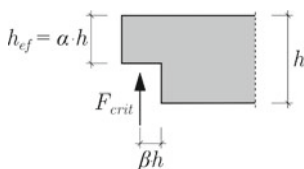


Abb. 1.7 Ausgeklinktes Trägerauflager.