



Erddruck



Achim Hettler
Karl-Eugen Kurrer

Erddruck

Erddruck

Achim Hettler und Karl-Eugen Kurrer

Autoren

Achim Hettler

Johann-Sebastian-Bach-Str. 9
76437 Rastatt
Deutschland

Karl-Eugen Kurrer

Gleimstr. 20a
10437 Berlin
Deutschland

Titelbild

Marie-Hélène H.-Desrue

■ Alle Bücher von Ernst & Sohn werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2019 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Rotherstraße 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Print ISBN 978-3-433-03274-9

ePDF ISBN 978-3-433-60983-5

ePub ISBN 978-3-433-60982-8

oBook ISBN 978-3-433-60981-1

Satz le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Für Marie-Hélène

Achim Hettler

und Claudia

Karl-Eugen Kurrer

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|------------|
| | Vorwort | <i>XI</i> |
| 1 | Einführung | <i>1</i> |
| 2 | Geschichte der Erddrucktheorie | <i>3</i> |
| 2.1 | Stützmauern im Festungsbau | <i>5</i> |
| 2.2 | Erddrucktheorie als Gegenstand des Militäringenieurwesens | <i>9</i> |
| 2.2.1 | Am Anfang war die schiefe Ebene | <i>10</i> |
| 2.2.2 | Von der schiefen Ebene zur Keiltheorie | <i>19</i> |
| 2.2.3 | Charles Augustin Coulomb | <i>23</i> |
| 2.2.4 | Ein Magazin für Ingenieuroffiziere | <i>34</i> |
| 2.3 | Erweiterungen der Coulomb'schen Erddrucktheorie | <i>36</i> |
| 2.3.1 | Die Trigonometrisierung der Erddrucktheorie | <i>36</i> |
| 2.3.2 | Der geometrische Weg | <i>44</i> |
| 2.4 | Der Beitrag der Kontinuumsmechanik | <i>54</i> |
| 2.4.1 | Das hydrostatische Erddruckmodell | <i>55</i> |
| 2.4.2 | Die neue Theorie des Erddrucks | <i>57</i> |
| 2.5 | Die Erddrucktheorie von 1875 bis 1900 | <i>67</i> |
| 2.5.1 | Coulomb oder Rankine? | <i>68</i> |
| 2.5.2 | Erddrucktheorie als Gewölbetheorie | <i>69</i> |
| 2.5.3 | Erddrucktheorie à la française | <i>71</i> |
| 2.5.4 | Kötters mathematische Erddrucktheorie | <i>75</i> |
| 2.6 | Experimentelle Erddruckforschung | <i>78</i> |
| 2.6.1 | Vorläufer der experimentellen Erddruckforschung | <i>79</i> |
| 2.6.2 | Erddruckversuche an der Versuchsanstalt für Statik der Baukonstruktion der TH Berlin | <i>82</i> |
| 2.6.3 | Fehlerdiskussionen in der Endlosschleife | <i>85</i> |
| 2.6.4 | Entstehung der Bodenmechanik | <i>87</i> |
| 2.7 | Erddrucktheorie in der Disziplinbildungsperiode der Geotechnik | <i>94</i> |
| 2.7.1 | Terzaghi | <i>98</i> |
| 2.7.2 | Rendulic | <i>99</i> |
| 2.7.3 | Ohde | <i>100</i> |
| 2.7.4 | Irrungen und Wirrungen | <i>101</i> |
| 2.7.5 | Ein publizistischer Schnellschuss | <i>103</i> |
| 2.7.6 | Grundbau und Bodenmechanik = Geotechnik | <i>104</i> |

| | | |
|----------|---|------------|
| 2.8 | Erddrucktheorie in der Konsolidierungsperiode der Geotechnik | 109 |
| 2.8.1 | Neue Subdisziplin der Geotechnik | 110 |
| 2.8.2 | Erddruckbestimmung in der praktischen Baustatik | 112 |
| 2.9 | Erddrucktheorie in der Integrationsperiode der Geotechnik | 116 |
| 2.9.1 | Computergestützte erdstatische Berechnungen | 118 |
| 2.9.2 | Geotechnische Kontinuumsmodelle | 119 |
| 2.9.3 | Von der Kunst des Schätzens | 123 |
| 2.9.4 | Die Geschichte der Geotechnik als Gegenstand der Bautechnikgeschichte | 125 |
| 3 | Methoden zur Ermittlung des Erddrucks | 145 |
| 3.1 | Übersicht und Schrankentheoreme | 145 |
| 3.1.1 | Übersicht über Methoden | 145 |
| 3.1.2 | Obere und untere Schranken | 146 |
| 3.2 | Kinematische Methoden beim aktiven Erddruck | 147 |
| 3.3 | Kinematische Methoden beim passiven Erddruck | 150 |
| 3.4 | Statische Methoden | 154 |
| 3.4.1 | Grundlagen | 154 |
| 3.4.2 | Rankine-Lösung | 155 |
| 3.4.3 | Theorie von Boussinesq/Résal/Caquot | 157 |
| 3.4.4 | Lösung von Pregl/Sokolowski | 157 |
| 3.4.5 | Verfahren von Goldscheider | 157 |
| 3.4.6 | Ansatz von Patki/Mandal/Dewaikar | 159 |
| 3.5 | Versuche und Messungen | 161 |
| 3.5.1 | Grundlagen und Modellgesetze | 161 |
| 3.5.2 | Auswertung von Versuchsergebnissen und Anwendung von Modellgesetzen | 163 |
| 3.5.3 | Beispiel: Ebener aktiver Erddruck aus Bodeneigengewicht | 165 |
| 3.5.4 | Beispiel: Ebener passiver Erddruck aus Bodeneigengewicht | 166 |
| 3.5.5 | Beispiel: Räumlicher Erdwiderstand vor Bohlträgern | 170 |
| 3.5.6 | Beispiel: Räumlicher Erdwiderstand vor quadratischen Ankerplatten | 170 |
| 3.5.7 | Weitere Beispiele | 172 |
| 3.6 | Finite-Elemente-Methode | 174 |
| 3.6.1 | Allgemeines | 174 |
| 3.6.2 | Beispiele | 175 |
| 4 | Ebener aktiver Erddruck | 193 |
| 4.1 | Grundsätzliche Überlegungen | 193 |
| 4.2 | Bodeneigengewicht, großflächige Gleichlasten und Kohäsion | 195 |
| 4.2.1 | Senkrechte Wand, waagerechtes Gelände, waagerechter Erddruck | 196 |
| 4.2.2 | Senkrechte Wand, waagerechtes Gelände, geneigter Erddruck | 196 |
| 4.2.3 | Allgemeiner Fall | 197 |
| 4.3 | Kohäsion, rechnerische Zugspannungen und Mindesterddruck | 197 |
| 4.3.1 | Ermittlung des klassischen Erddrucks | 198 |
| 4.3.2 | Mindesterddruck bei Vergleich der Erddruckresultierenden | 199 |

- 4.3.3 Mindesterdruddruck bei Vergleich der Erddruckordinaten 200
- 4.3.4 Mindesterdruddruck und Auflasten 200
- 4.4 Vertikale Linien- und Streifenlasten 201
 - 4.4.1 Einführung 201
 - 4.4.2 Gleitfläche aus Bodeneigengewicht maßgebend 202
 - 4.4.3 Untersuchung bei beliebigem Gleitflächenwinkel 204
- 4.5 Horizontale Linien- und Streifenlasten 207
- 4.6 Geschichteter Boden 207
- 4.7 Geknickter Geländeverlauf 209
- 4.8 Geknickte Wandflächen 210
- 4.9 Verteilung des aktiven Erddrucks 211

- 5 Erdruhedruck 213**
 - 5.1 Bodeneigengewicht und großflächige Gleichlasten 213
 - 5.1.1 Waagrechttes Gelände 213
 - 5.1.2 Geneigtes Gelände 215
 - 5.2 Punkt-, Linien- und Streifenlasten 217

- 6 Ebener passiver Erddruck 223**
 - 6.1 Grundsätzliche Überlegungen 223
 - 6.2 Eigengewicht, großflächige Gleichlasten und Kohäsion bei Parallelbewegung 225
 - 6.2.1 Ebene Gleitflächen 225
 - 6.2.2 Pregl/Sokolowski 227
 - 6.2.3 Vergleich 228
 - 6.3 Drehung um den Kopf- oder den Fußpunkt 228
 - 6.4 Verteilung des passiven Erddrucks 230

- 7 Räumlicher aktiver Erddruck 233**
 - 7.1 Grundsätzliche Überlegungen 233
 - 7.2 Kreiszyindrische Flächen 235
 - 7.3 Stützwände quer zur Böschung 237

- 8 Räumlicher passiver Erddruck 243**
 - 8.1 Übersicht 243
 - 8.2 Fußwiderstand vor Bohlträgern nach Weißenbach 244
 - 8.3 Verfahren nach DIN 4085 für begrenzte Wandabschnitte 246

- 9 Einfluss des Grundwassers auf den Erddruck 249**
 - 9.1 Ruhendes Grundwasser 249
 - 9.2 Strömendes Grundwasser 249
 - 9.3 Spaltwasserdrücke 251

- 10 **Verdichtungserddruck** 253
 - 11 **Winkelstützwände** 257
 - 12 **Silodruck** 261
 - 13 **Dynamische Beanspruchungen** 263
 - 14 **Sonderfälle** 265
 - 14.1 Wiederholte quasistatische Beanspruchungen 265
 - 14.2 Rohrleitungen 267
 - 14.3 Fließdruck auf Pfähle 268
 - 14.4 Kriechdruck 268
 - 14.5 Quelldruck 268
 - 14.6 Stark geklüfteter Fels 269
 - 14.7 Aktiver Erddruck in Erdkörpern 269
 - 15 **Mobilisierung des Erddrucks** 273
 - 15.1 Übersicht 273
 - 15.2 Grenzwerte der Verschiebung bei Erreichen des aktiven Erddrucks 274
 - 15.3 Grenzwerte der Verschiebung bei Erreichen des passiven Erddrucks 274
 - 15.4 Mobilisierungsfunktionen 274
 - 15.4.1 Mobilisierter aktiver Erddruck 274
 - 15.4.2 Mobilisierter passiver Erddruck 277
 - 15.4.3 Räumlicher mobilisierter passiver Erddruck 280
 - 16 **Anwendungshinweise** 283
 - 16.1 Erddruckneigung und Wandreibungswinkel 283
 - 16.2 Ansatz des Erddrucks in Abhängigkeit der Verschiebung 285
 - 16.3 Erddruckumlagerung 288
 - 16.4 Erddruck als günstige Einwirkung 289
 - 17 **Kommentar zu DIN 4085:2017-08** 291
 - 17.1 Übersicht 291
 - 17.2 Aktiver Erddruck 291
 - 17.3 Passiver Erddruck 293
 - 17.4 Erddruck aus Verdichtung 294
 - 17.5 Räumlicher Erddruck 294
 - 17.6 Hinweise zu Beiblatt DIN 4085:2018-12 295
 - 18 **Vierzig ausgewählte Kurzbiographien** 297
- Anhang A Begriffe, Formelzeichen und Indizes** 383
- Anhang B Erddrucktabellen** 387

Vorwort

„Nur wer die Vergangenheit kennt, hat eine Zukunft“

Wilhelm von Humboldt, 1767–1835

Es sind Jahrzehnte vergangen seit dem Erscheinen von Büchern, die ganzheitlich dem Thema Erddruck gewidmet sind. Hierzu sei z. B. auf Árpád Kézdis „Erddrucktheorien“ von 1962 verwiesen oder auf Anton Weißenbachs Teil II der Serie „Baugruben“ von 1975, das im Wesentlichen Erddruckfragen beinhaltet, allerdings mit dem Ziel der Anwendung auf Verbaukonstruktionen. In der Zwischenzeit wurde das Thema immer wieder als Teil von Werken aus den Bereichen Bodenmechanik und Grundbau behandelt, siehe z. B. „Bodenmechanik“ von Gerd Gudehus aus dem Jahre 1981 oder die Beiträge zum Grundbau-Taschenbuch. Eine aktuelle Darstellung fehlte bisher. Dabei sind Erddrucktheorien von hoher Bedeutung im konstruktiven Ingenieurbau. Viele analytische Anwendungen haben sich seit Jahrzehnten bewährt. In den letzten Jahren kam als neues Werkzeug die Finite-Element-Methode hinzu, und in der Praxis ist immer stärker die Verschiebungsabhängigkeit des Erddrucks zu berücksichtigen.

Das vorliegende Buch hat im Wesentlichen drei große Schwerpunkte. Zum einen soll den Grundbauingenieuren und den Tragwerksplanern in Baufirmen, Ingenieurbüros sowie in der Bauverwaltung, aber auch Studenten eine Sammlung von Arbeitsanleitungen zur Verfügung gestellt werden, ergänzt mit Kommentaren zu der aktuellen Erddrucknorm von 2017 und der dazugehörigen Beispielsammlung von 2018. Zum anderen werden die heute üblichen Methoden zur Ermittlung des Erddrucks ausführlich dargestellt. Ein grundlegendes Verständnis der heute üblichen Theorien und Regelwerke ist aber kaum denkbar ohne ein gründliches Studium der Historie. Erste empirische Bemessungsregeln waren schon den Römern bekannt. Hinweise dazu finden sich bei Vitruv. Die heutigen Theorien nahmen vor mehr als drei Jahrhunderten ihren Anfang in Frankreich und sind eng verbunden mit französischen Ingenieuroffizieren. Der dritte große Schwerpunkt ist folglich der historischen Entwicklung gewidmet, ergänzt mit den Biographien ausgewählter Forscherpersönlichkeiten, die bedeutende Beiträge zum Thema Erddruck beigesteuert haben.

Ohne die Mitwirkung von Helfern ist es kaum möglich, ein Buch fertigzustellen. Hierbei sei insbesondere Jan Deutschmann für seine unermüdliche, schnell-

le und kompetente Unterstützung gedankt, aber auch Marcel Deckert, Ingmar Zehn sowie Annette Richter. Gedankt sei aber auch dem Verlag Ernst & Sohn, der die Idee zu dem vorliegenden Buch von Anfang an wohlwollend unterstützt und die Umsetzung begleitet hat.

*Achim Hettler
Karl-Eugen Kurrer*

Literatur

- Kézdi, A. (1962). *Erddrucktheorien*. Berlin: Springer.
- Weißbach, A. (1985). *Baugruben, Teil II, Berechnungsgrundlagen*, 1. Nachdruck. Berlin: Ernst & Sohn.
- Gudehus, G. (1981). *Bodenmechanik*. Stuttgart: Enke.

1

Einführung

Das Thema Erddruck gehört zu den ältesten und umfangreichsten Kapiteln der Bodenmechanik und des Grundbaus sowie zu den drei Säulen des konstruktiven Ingenieurbaus in Ergänzung zur Gewölbetheorie und zur Balkentheorie. Die ersten schriftlichen Quellen, die auf Vitruv zurückgehen, sind über 2000 Jahre alt und sind somit weitaus älter als die allgemein bekannten Theorien von Coulomb (Coulomb 1773/1776) oder Rankine (1857). Vitruv befasst sich im ersten und im sechsten Band seiner zehn Bücher mit der Wirkungsweise des Erddrucks auf Stützmauern und schlägt Strebepfeiler vor. Vauban, einer der größten Baumeister der Geschichte, veröffentlichte schon 1684 Bemessungstabellen für Stützmauern mit Höhen bis zu 15 m, die auch nach heutigem Stand nicht weiter optimierbar sind. Die Entwicklung der Erddrucktheorie wird ausführlich in Kapitel 2 beschrieben, das auf die erweiterte Auflage „Geschichte der Baustatik“ von Kurrer zurückgeht (Kurrer 2015). Das vorliegende Buch kann nur eine beschränkte Auswahl aktueller Berechnungsgrundlagen beinhalten. Ziel ist es, den Grundbauingenieuren und den Tragwerksplanern in Baufirmen, Ingenieurbüros sowie in der Bauverwaltung aber auch Studenten eine Sammlung von Arbeitsanleitungen zur Verfügung zu stellen. Um das theoretische Verständnis zu wecken, werden zunächst in Kapitel 3 die wesentlichen Grundlagen zur Ermittlung des Erddrucks vorgestellt. Die Kapitel 4 bis 12 beinhalten die für die Praxis wichtigsten Verfahren zum aktiven und passiven Erddruck sowie zum Erdruhedruck. Dabei werden in den Kapiteln 7 und 8 auch räumliche Wirkungen berücksichtigt. Ein Anliegen ist, in knapper Form auch Hinweise zu nicht alltäglichen Fragestellungen zu geben und auf weiterführende Literatur zu verweisen (s. Kapitel 14). In den letzten Jahren ist immer mehr die Verschiebungsabhängigkeit des Erddrucks in den Blickpunkt getreten. Dies betrifft nicht nur den passiven, sondern auch den aktiven Fall (s. Kapitel 15). Anwendungshinweise für die Praxis sind in Kapitel 16 zu finden.

An den DIN-Ausschuss „Berechnungsverfahren“ wurden immer wieder Fragen herangetragen. Eine Auswahl davon wird im Kommentar zu DIN 4085 in Kapitel 17 behandelt. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden Hinweise zu den Beispielen im Beiblatt zu DIN 4085 gegeben, das im Dezember 2018 erschienen ist.

Zur Geschichte der Erddrucktheorie in Kapitel 2 gehören vierzig ausgewählte Kurzbiographien von Wissenschaftlern und Ingenieuren in der Praxis, die das Thema über die Jahrhunderte immer wieder aufgegriffen und weiterentwickelt

haben (s. Kapitel 18). Ergänzt wird das Buch durch zwei Anhänge mit Begriffen, Formelzeichen und Indizes (Anhang A) sowie Erddrucktabellen in Anhang B.

Literatur

Coulomb, C.A. (1773/1776). Essai sur une application des règles des Maximis et Minimis à quelques Problèmes de statique relatifs à l'Architecture. In: *Mémoires de mathématique & de physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers savans*, Bd. 7, année 1773, 343–382. Paris.

Kurrer, K.-E. (2015). *Geschichte der Baustatik. Auf der Suche nach dem Gleichgewicht*. Berlin: Ernst & Sohn.

Rankine, W.J.M. (1857). On the stability of loose earth. *Philosophical Transactions of the London Royal Society* 147: 9–27.

2

Geschichte der Erddrucktheorie

Graben, Schichten, Schütten, Spannen, Wölben, Stellen und Legen sind die Urformen des Bauens, welche in ihrer historischen Ausprägung dieser Reihenfolge entsprechen und Basis jeder großen Architektur bildete und bildet: die Urformen sind auch heute Grundformen des Bauens (von Halász 1988, S. 257). Während das Graben historisch tief in das Tier-Mensch-Übergangsfeld reichte, entstanden noch mit den aztekischen „Tzaqualli“ durch Schütten und Schichten großartige Pyramiden; dabei heißt „Tzaqualli“ übersetzt „die von einem Steinmantel Um-schlossenen“ (von Halász 1988, S. 257), deren Kern aus einem Erdhügel besteht. Noch heute gründet sich das Bauen mit Erde – der Erdbau – auf den elementaren Tätigkeitsformen des Grabens, Schichtens und Schützens. So veränderte und verändert die Bewegung großer Erdmassen bei Straßen-, Eisenbahn- und Wasserbauten mit ihren Dämmen, Einschnitten und Durchstichen nicht nur das Landschaftsrelief, sondern auch das Stadtbild (Guillerme 1995).

Die Entwicklungsgeschichte der Geotechnik bis 1700 fasste Jean Kérisel in einem umfangreichen Kongressbeitrag zusammen (Kérisel 1985). Dagegen wird hier der Versuch unternommen, die Theorie des Erddrucks von ihren Anfängen kurz vor der Wende zum 18. Jahrhundert bis in die Gegenwart aus dem Blickwinkel der Geschichte der Baustatik nachzuzeichnen. Neben den Originalquellen werden dabei die folgenden historiographischen Arbeiten herangezogen: Burland (2008), Corradi (1995, 2002), Chrimes (2008), Feld (1928, 1948), Golder (1948, 1953), Guillerme (1995, S. 85–145), Gullían (2015), Habib (1991), Herries und Orme (1989), Heyman (1972), Jáky (1937/1938), Kalle und Zentgraf (1992), Kérisel (1953), Kötter (1893), Marr (2003), Martony de Kőszegh (1828), Mayniel (1808), Mehrrens (1912, S. 55–73), Ohde (1948–1952), Peck (1985), Reissner (1910), Skempton (1981, 1985), Verdeyen (1959) und Winkler (1872).

Um die Mitte des 19. Jahrhunderts nahm die Theorie des Erdbaus als experimentell abgesicherte Theorie der Böschungen aus bindigen Böden durch Alexandre Collin (1808–1890) Gestalt an (Collin 1846). Zehn Jahre später veröffentlichte Culmann seine Broschüre „Ueber die Gleichgewichtsbedingungen von Erdmassen“ (Culmann 1856) und 1872 sein Manuskript über Erdbau (Culmann 1872). 1888 teilte der Professor für Baumechanik an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag, Karl von Ott, seine Vorträge ein in

- die Theorie des Erdbaus (oder der Böschungen),
- die Theorie der Futtermauern (Stützmauern),

- die Theorie der Gewölbe und
- die Elastizitätstheorie und ihre Anwendungen auf Holz- und Eisenkonstruktionen mit besonderer Rücksicht auf den Dach- und Brückenbau.

Unter Erdbau verstand er dabei die Bildung bestimmter Körperformen, „die unter dem Namen Dämme, Wälle, Einschnitte, Durchstiche usw. vorkommen und bei deren Herstellung jenes Material bearbeitet wird, welches der natürliche Boden liefert“ (von Ott 1888, S. 2). Die Aufstellung der Gesetze für das Gleichgewicht dieser Erdkörper (Abb. 2.1) ist Inhalt der „Theorie des Erdbaues oder der Böschungen“ (von Ott 1888, S. 2).

Ihre klassische Zusammenfassung erhielt die Theorie des Erdbaues in der Mitte der Vollendungsphase der Baustatik (1875–1900) durch August von Kaven (1885). Erst mit den Untersuchungen des Kaieinsturzes am 5. März 1916 im Hafen von Göteborg (Pettersson 1916) erfuhr die Theorie des Erdbaues neue Impulse (z. B. Hultin 1916; Fellenius 1927). Mit der Herausbildung der Bodenmechanik in den 1920er-Jahren und ihrem Gründungsdokument „Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage“ (von Terzaghi 1925) setzte sich auch auf dem Gebiet des Erddrucks ein dem Experiment verpflichteter Theoretisierungsstil durch. Die Theorie der Böschungen gehört heute mit der Erddrucktheorie zur Erdbaumechanik bzw. Erdstatik oder Statik im Erdbau (Abb. 2.2), welche ihrerseits eine Subdisziplin der Geotechnik ist.

Die Erddrucktheorie kann auf eine über 300jährige Geschichte zurückblicken. Ihre erste Hälfte wurde von französischen Ingenieuroffizieren geprägt, die sich von Vauban über Bélidor und Coulomb bis zu Poncelet mit dem Entwurf, der Konstruktion, dem Bau und der Unterhaltung von Festungen zu befassen hatten. In den folgenden Abschnitten wird die These ausgeführt, dass das Corps du Génie Militaire des frühen 18. Jahrhunderts nicht nur eine entscheidende Rolle bei der Herausbildung des modernen Bauingenieurs spielte, sondern dessen Ingenieuroffiziere in Gestalt der Erddrucktheorie die erste genuin technikkwissenschaftliche Theorie schufen, die das wissenschaftliche Selbstverständnis des Bauingenieurs konstituierten. Erst in der Etablierungsphase der Baustatik (1850–1875) sollte die Hegemonie des Ingenieuroffiziers durch den Eisenbahningenieur auf dem Gebiet des Erddrucks ersetzt werden (Kurrer 2015b, S. 19–20): An der Wiege des modernen Bauingenieurs stand also der Festungsbau als Geburtshelfer mit der Erddrucktheorie als dessen wissenschaftliches Instrument.

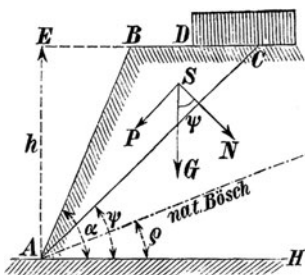


Abb. 2.1 Stabilitätsuntersuchung einer Böschung mit Belastung durch Aushub; ψ = Neigung der Gleitfläche, ρ = Winkel der inneren Reibung (von Ott 1888, S. 20).

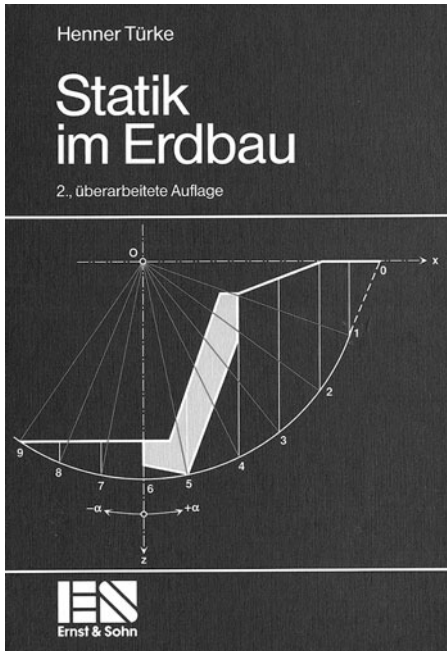


Abb. 2.2 Das Buchcover zeigt das Schema einer Standsicherheitsuntersuchung des Baugrundes einer Stützmauer mit gekrümmter Gleitfläche (Türke 1990).

2.1 Stützmauern im Festungsbau

Der Festungsbau im Europa der frühen Neuzeit bis in die Zeit der Vollendung der Industriellen Revolution der kontinentaleuropäischen Nationalstaaten basiert auf dem Erdbau, der zusammen mit dem Mauerwerksbau zu Großbauformen führte, welche Städte prägen sollte. Als Beispiel sei Luxemburg genannt, das von 1543 bis 1867 zu einer der stärksten Festungen Europas ausgebaut wurde (Abb. 2.3).

An der Erweiterung der Luxemburger Festung arbeitete u. a. der 1678 von Ludwig XIV. zum Generalkommissar aller französischen Festungen ernannte Vauban (Abb. 2.4), deren Eroberung er 1684 geleitet hatte. Luxemburg ist allerdings nur ein Splitter aus dem gewaltigen Œuvre dieses Ingénieur de France wie er noch zu Lebzeiten genannt wurde. So steht im Larousse Universel des Jahres 1923 geschrieben: „Gegen Ende seines Lebens veröffentlichte Vauban, den Saint-Simon (1760–1825) als den rechtschaffensten Mann seines Jahrhunderts bezeichnete, geleitet vom Gefühl echter Menschlichkeit sein ‚Projekt eines königlichen Zehnten‘, worin er Steuergleichheit forderte, was ihn bei Ludwig XIV. in Ungnade fallen ließ“ (zit. n. Göggel 2011, S. 136). Unter Vauban entstanden in wenigen Dezennien 33 neue Festungen. Rund 300 Festungen ließ er umbauen. Bislang konnten 411 Baumaßnahmen für 160 Plätze nachgewiesen werden (Neumann 1984, S. 381). Für seine Festungen und zivilen Bauten setzte Vauban ungefähr 9 Mio. m³ Mauerwerk ein (Petzsch 2011, S. 191). Nach eigenen Angaben verwandte Vauban auf die Stützmauern als tragende Baukörper der Wallanlagen mit ihren

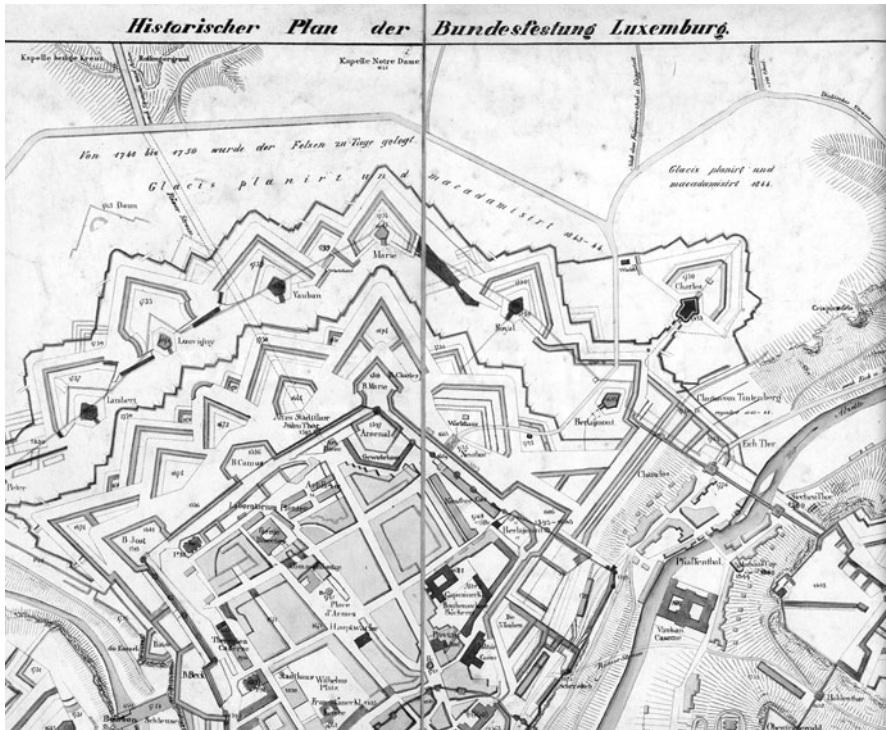


Abb. 2.3 Historischer Plan der Bundesfestung Luxemburg von Premier-Lieutenant Cederstolpe, ca. 1845 (Reinert und Bruns 2013, S. 48).

Bastionen in den Eckpunkten der sternförmigen Festungen und den dazwischenliegenden Mauern, den Kurtinen, mehr als $3,7 \text{ Mio. m}^3$ Mauerwerk (vgl. Poncelet 1844, S. 67), was 41 % des gesamten verbauten Mauerwerks entspricht.

Schon 1684 veröffentlichte Vauban Bemessungstabellen für Stützmauern von Höhen im Bereich $3 \text{ m} < H < 25 \text{ m}$ (Kérisel 1985, S. 55). Drei Jahre später sandte Vauban als frischgebackener Generalkommissar aller französischen Festungen seinen Ingenieuren vom Corps du Génie Militaire sein Memoire „Profil général pour les murs de soutènement“ zu. Dort stellte er seine von Ingenieuroffizieren wie Bélidor (1729), Poncelet (1840) und Wheeler (1870) rezipierten Profile von Stützmauern vor (Feld 1928, S. 64ff.). Dieses „allgemeine Vaubansche Profil“ (Poncelet 1844, S. 4) untersuchte Poncelet und glich das „Hauptprinzip der Vauban’schen Regel“ (Poncelet 1844, S. 68ff.) mit Resultaten seiner Erddrucktheorie ab. Einen Eindruck der Vauban’schen Profile von Stützmauern für die Festung Ypern vermittelt Abb. 2.5, mit dem sich ihr Schöpfer 1698 in seinem Tagebuch auseinandersetzte (s. Kérisel 1985, S. 86). Das trapezförmige Profil der Stützmauer der rechten Seite der Bastion 63 der Festung Ypern besitzt folgende Maße: Höhe $H = 11,38 \text{ m}$, Breite der Basis $b = 3,52 \text{ m}$, Kronenbreite $k = 1,62 \text{ m}$; der Anlauf der luftseitigen Wand beträgt $m = (3,52 - 1,62)/11,38 = 1 : 6$. Die mittlere Höhe der Erdüberdeckung der Mauerkrone beträgt $h' = 0,5 \cdot (2,11 + 1,35) = 1,75 \text{ m}$. Die Stützmauer ist im Achsabstand von $4,87 \text{ m}$ durch Strebe- Pfeiler der Höhe $16,90 \text{ m}$ ausgesteift, deren trapezförmiger Querschnitt die Hö-



Abb. 2.4 Sebastien le Prestre de Vauban (1633–1707); Kopie der verschollenen Marmorbüste von Antoine Coysevox, angefertigt auf Befehl Napoleon I. durch Pietro Marchetti.

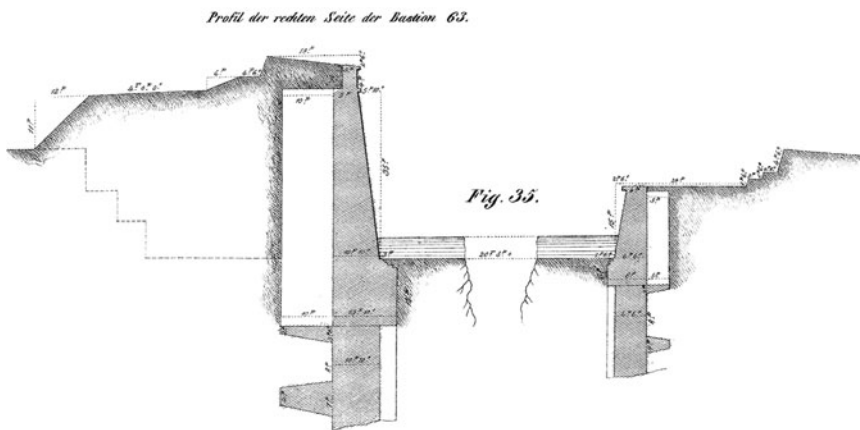


Abb. 2.5 Von Vauban 1699 entworfene Stützmauer mit Strebepfeiler für die Festung Ypern nach Zeichnung von A. de Caligny (Poncelet 1844, Tafel IV, Fig. 35).

he $h = 3,25$ m, die untere Breite $b_u = 2,60$ m und die obere Breite $b_o = 1,30$ m besitzt; sie sorgen für eine erhebliche Steigerung der Standsicherheit.

1953 erwähnt Kérisel in seinem Aufsatz über die Geschichte der Bodenmechanik in Frankreich ein Mémoire von M. Chauvelot, das von Gaspard Monge (1746–1818) und Alexandre-Théophile Vandermonde (1735–1796) 1783 der Pariser Académie des Sciences vorgelegt wurde und zahlenmäßige Beispiele für Vaubans Bemessungsgrundsätze enthält. Für eine Stützmauer mit Strebepfeiler im Abstand von 5,75 m und einem Anlauf der luftseitigen Wand von $m = 1 : 5$ wird für die Basisbreite der Stützmauer die Formel

$$b_{\text{Vauban},1:5} = m \cdot H + k_{\text{Vauban},1:5} = \frac{1}{5} \cdot H + 1,48 \quad (2.1)$$

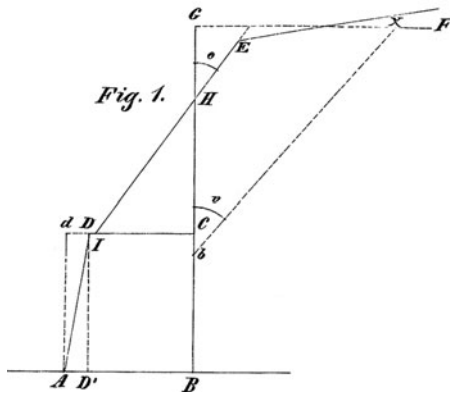


Abb. 2.6 Bezeichnungen für Stützmauern mit Erdauflast (Halbbekleidung) nach Poncelet (1844, Tafel I, Fig. 1).

angegeben. Selbstverständlich bezog Vauban seine 1684 veröffentlichte Formel auf das damalige Längenmaß der Toise (1 T = 1,95 m) bzw. des pied (1 p = 0,325 m) – die auf das Metermaß umgerechnete Vaubansche Formel ergibt dann (2.1) (vgl. Kérisel 1985, S. 55). In Formel (2.1) steht H für die Höhe der Erdhinterfüllung und $k_{\text{Vauban},1:5}$ für die Kronenbreite der Stützmauer. Kérisel veröffentlichte auch die von Chauvelot angegebene Tabelle (Kérisel 1953, S. 153). Die Bemessungsregel (2.1) lässt sich ohne Schwierigkeit an die ausgeführte Stützmauer nach Abb. 2.5 anpassen:

$$b_{\text{Vauban},1:6} = m \cdot H + k_{\text{Vauban},1:6} = \frac{1}{6} \cdot H + 1,625 \quad (2.2)$$

Mit $H = 11,38$ m ergibt sich die Basisbreite nach Gl. (2.2) zu

$$b_{\text{Vauban},1:6} = \frac{1}{6} \cdot 11,38 + 1,625 = 1,90 + 1,625 = 3,52 \text{ m .}$$

Im Falle von Stützmauern mit Erdüberdeckung, den sog. halbbekleideten Stützmauern (s. Abb. 2.6), und kleinen Strebepfeilern soll Vauban die Formel

$$b_{\text{Vauban},\text{Halbbekleidung}} = \frac{1}{5} \cdot H + 1,625 \quad (2.3)$$

vorgeschlagen haben (s. Feld 1928, S. 64); auch diese Formel wurde – wie Gln. (2.1) und (2.2) – auf das Metermaß umgerechnet.

In Abb. 2.6 bedeuten $h' = C - G$ die ausgemittelte Höhe der Erdauflast, $H = C - B$ die Höhe der Stützmauer bzw. der Erdhinterfüllung, $b_{\text{Vauban},\text{Halbbekleidung}} = A - B$ die Basisbreite und $A - C = 1,625$ m die Kronenbreite.

Nach Audoy legte Vauban seinen Stützmauerprofilen ein Kippsicherheitsfaktor von $v_{\text{K},\text{Vauban}} = 3,8$ und ein Gleitsicherheitsfaktor von $v_{\text{G},\text{Vauban}} = 4,7$ zugrunde (s. Feld 1928, S. 65). Allerdings führt eine Abschätzung der Standsicherheit für Vaubans Stützmauer (Abb. 2.5) und unter Zugrundelegung derselben bodenmechanischen Kennwerte zu wesentlich geringeren Sicherheitsfaktoren als den von Audoy angegebenen (Kurrer 2015b, S. 52–58): Für die Sohlfuge liegt der Kippsicherheitsfaktor v_{K} bei $2,3 > v_{\text{zul}} = 1,5$ und der Gleitsicherheitsfaktor v_{G} bei knapp $1,6 > v_{\text{zul}} = 1,5$. Ohne Berücksichtigung der Strebepfeiler wäre die Stabilität der Stützmauer gegen Kippen mit $v_{\text{K}} = 1,2$ und gegen Gleiten mit $v_{\text{G}} = 1,07$ gerade noch gewährleistet.

Demnach wäre die Vauban'sche Stützmauer mit trapezförmigem Profil und Strebepeilern statisch nicht weiter optimierbar. Schon Poncelet nahm deshalb an, dass die überlieferten Bemessungsregeln Vaubans – wie etwa die Formeln (2.1) bis (2.3) – keine empirischen Regeln darstellen, sondern „auf eine genaue geometrische Theorie“ (Poncelet 1844, S. 4) rückführbar sind. So sollten die Vauban'schen Profile für mehr als 150 Jahre die statisch-konstruktive Referenz bilden, vor deren Hintergrund die Erddrucktheorien ihre Modellbildungsqualität und Praktikabilität nachzuweisen hatten.

2.2 Erddrucktheorie als Gegenstand des Militäringenieurwesens

Vor über 2000 Jahren befasste sich Vitruv – jahrelang im Heer unter Cäsar und Augustus für den Bau von Kriegsmaschinen verantwortlich – mit dem Phänomen des Erddruckes und dessen statisch-konstruktiver Beherrschung. Im V. Kapitel über die Anlage der Türme und Mauern des ersten Buches seiner „Zehn Bücher über Architektur“ führt er zum Thema Wehrmauern zwischen den Türmen aus, dass zwischen zwei Stützmauern zickzackförmige Strebepeiler anzuordnen und die dadurch entstehenden Zwischenräume mit Erde zu verfüllen sind (Abb. 2.7): „Wenn man es so macht“, schreibt Vitruv, „dann wird der große Druck der Erdfüllung, verteilt in kleinere Teile und nicht mit dem ganzen Gewicht auf das Ganze drückend auf keine Weise die Grundbauten der Mauer wegdrücken können“ (Vitruv 1981, S. 59).

Im VIII. Kapitel des sechsten Buches, wo es um unterirdische Räume und auf Pfeilern errichtete Gebäude geht beschreibt Vitruv nicht nur den Erddruck qualitativ, sondern gibt auch verbal eine Anleitung wie der Erddruck für die Stützmauern nach Abb. 2.7 bestimmt werden soll: „Die größte Sorge aber muß man sich um den Unterbau machen, weil bei ihm die Erdausfüllung unendlichen Schaden hervorzurufen pflegt. Diese (Erdausfüllung) kann nämlich nicht immer dasselbe Gewicht haben, wie sie es im Sommer zu haben pflegt, sondern im Winter nimmt sie aus den Regenfällen eine Menge Wasser auf, wächst dadurch an Gewicht und Umfang, bringt infolgedessen die Mauereinfassungen zum Bersten und drückt sie nach außen. Um diesem Übelstand abzuhelpen, wird man daher so verfahren müssen, dass zunächst die Dicke der Umfassungsgrundmauer nach der Masse

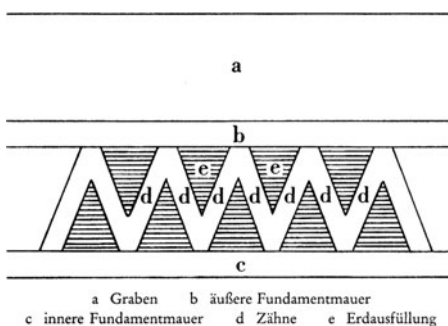


Abb. 2.7 Horizontalschnitt durch ein Befestigungswerk nach Vitruv (1981, Abb. 6).

der Erdausfüllung bestimmt wird“ (Vitruv 1981, S. 297). Danach schlägt Vitruv Regeln für die Dimensionierung des Stützmauersystems vor und erklärt, dass die zickzackförmigen Strebepfeiler „nicht zulassen, daß (die Erdmasse) mit ganzer Wucht auf die Grundmauern drückt und den Druck der Erdausfüllung, der aufgefangen werden muß, verteilen“ (Vitruv 1981, S. 299). Mit diesen Zitaten sind die ersten auf uns gekommenen schriftlichen Quellen über Wesen und Wirkung des Erddrucks benannt.

Wie die Natur des Gewölbeschubs von den Baubeflissenen aus Beobachtung, eigener Erfahrung bei der Bauausführung sowie jahrelanger Kontrolle der in Betrieb befindlichen Bauwerke in einem langwierigen historischen Prozess zu statisch-konstruktiven Erkenntnissen in Gestalt einer Konstruktionslehre verdichtet wurden, so kulminierte das Wissen um das Phänomen des Erddrucks im ausgehenden 17. Jahrhundert in der Konstruktionslehre der Stützmauern eines Vauban. Die Anfänge des Umschlags von der Empirie zur Theorie fand im Gewölbebau wie im Erdbau unter den Auspizien der Académie Royale d'Architecture de Paris statt (Kurrer 2015b, S. 214–215). Während La Hire dort für das Gewölbeproblem eine Begründung der *règles de l'art* durch die klassische Mechanik vorschlug, versuchte sich Pierre Bullet (1639–1716) 1691 als Erster an der physikalischen Modellierung und Quantifizierung des Erddrucks auf Stützmauern (Bullet 1691, S. 159–177). La Hire wie Bullet sind dem Rationalismus von René Descartes verpflichtet. Es ist also der klassische Rationalismus von Descartes und Leibniz, welcher im Übergang von der Orientierungsphase (1575–1700) zur Applikationsphase (1700–1775) der Baustatik deren wissenschafts- und erkenntnistheoretischen Resonanzboden bildete (Kurrer 2015b, S. 15–16): Er sollte das induktive baustatische Verständnis von Leonardo da Vinci u. a. Renaissanceingenieuren durch die deduktive Methode ersetzen (Polónyi 1982), die bis heute das Selbstverständnis dieser technikwissenschaftlichen Grundlagendisziplin prägt. Der Unterschied zwischen der Gewölbe- und Erddrucktheorie in der Applikationsphase bis zur Vollendung der Konstituierungsphase (1825–1850) der Baustatik (Kurrer 2015b, S. 16–19) besteht darin, dass die Erddrucktheorie nicht von Zivilingenieuren, sondern i.W. von Militäringenieuren geschaffen wurde.

2.2.1 Am Anfang war die schiefe Ebene

Den ersten Erddrucktheorien lag das Modell der schiefen Ebene zugrunde (Abb. 2.8), das schon 1586 Simon Stevin souverän für seine Gleichgewichtsbetrachtungen nutzte (Kurrer 2015b, S. 29). Ausgangspunkt der Betrachtungen war die Beobachtung, dass sich beim Aufschütten rolligen Materials ein Böschungskegel ergibt, dessen Mantellinie mit der Horizontalen den Winkel der natürlichen Böschung, den Böschungswinkel φ , einschließt, der im Falle dieses Bodentyps dem Winkel der inneren Reibung ρ entspricht. Wird weiteres Material aufgeschüttet, rollt es abwärts – in diesem Falle muss vom Böschungsfuß d eine Stützmauer aufgeführt werden, die dem abrollenden Material Widerstand leistet. Dieser Widerstand wurde als Erddruck interpretiert.

Im Standardmodell der ersten Erddrucktheorien wird der durch die Böschungslinie d–n, die Wandlinie d–a und die Erdlinie a–n gebildete Erdkeil als

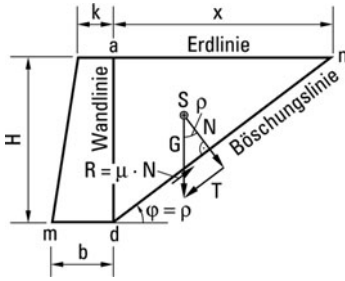


Abb. 2.8 Erddruckbestimmung nach dem Grundmodell der schiefen Ebene.

Starrkörper mit dem Gewicht G aufgefasst, der auf der Böschungslinie reibungsfrei nach unten gleitet. Die senkrecht (N) und parallel (T) zur Böschungslinie wirkenden Komponenten von G lassen sich aus der Ähnlichkeit des Dreiecks d – a – n und des Kräftecks bestimmen (Abb. 2.8):

$$\frac{N}{G} = \frac{x}{dn} \Rightarrow N = G \cdot \frac{x}{dn} = G \cdot \cos \varphi \quad (2.4)$$

$$\frac{T}{G} = \frac{H}{dn} \Rightarrow T = G \cdot \frac{H}{dn} = G \cdot \sin \varphi \quad (2.5)$$

Die Hangabtriebskraft T nach Gl. (2.5) wirkt als Erddruck E auf die Stützmauer. Ist die Böschungslinie dagegen reibungsbehaftet, dann reduziert sich der Erddruck auf

$$E = T - R. \quad (2.6)$$

In seinem Mémoire de l'Académie Royale v. 19. Dezember 1699 über den Entwurf von Wasserrädern erkannte Guillaume Amontons (1663–1705), dass die Reibungskraft R proportional zur Normalkraft N und unabhängig von der Kontaktfläche ist. Dabei nahm er für den Proportionalitätsfaktor μ den Wert $1/3$ an (Amontons 1699/1718). Das um die Reibungskraft R erweiterte Grundmodell der schiefen Ebene für den Erddruck

$$E = T - R = G \cdot \sin \varphi - \mu \cdot N = G \cdot (\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi) \quad (2.7)$$

fand schon in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts über diverse simplifizierende Varianten Eingang in die Dimensionierung von Stützmauern. Diese erddrucktheoretischen Ansätze unterscheiden sich in erster Linie durch zahlenmäßige Annahmen des Böschungswinkels $\varphi = \rho$, durch die Größe der Reibungskraft und durch die Festlegung des Angriffspunkts von E .

Bullet

Bullet modelliert das rollige Bodenmaterial, wie z. B. Sand, als regelmäßiges Haufwerk mit kleinen, kugelförmigen Partikeln, deren Böschungswinkel theoretisch $\varphi = 60^\circ$ beträgt (Abb. 2.9). Aus Sicherheitsgründen legt er für seine weiteren Betrachtungen einen Böschungswinkel von $\varphi = 45^\circ$ zugrunde (Abb. 2.10).

Im nächsten Schritt bestimmt Bullet jene Kraft in der schiefen Ebene, welche eine Kugel des Gewichtes G' am Abrollen hindert, zu

$$E' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot G' \approx \frac{5}{7} \cdot G'. \quad (2.8)$$

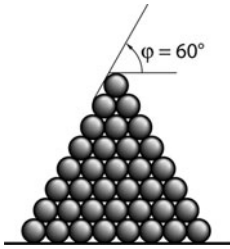


Abb. 2.9 Natürliche Böschung kleiner kugelförmiger Sandkörner nach Bullet (erg. Neuzeichnung n. Bullet (1691, S. 171)).

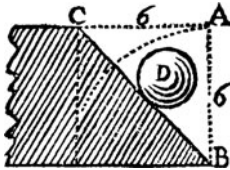


Abb. 2.10 Erddruckbestimmung nach Bullet (1691, S. 172).

Diese Beziehung gilt natürlich auch für den gesamten Erddruckkeil des Gewichtes G (s. Abb. 2.8):

$$E_{\text{Bullet}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot G \approx \frac{5}{7} \cdot G = \frac{5}{7} \cdot 0,5 \cdot \gamma_E \cdot H^2 = 0,35 \cdot \gamma_E \cdot H^2 \quad (2.9)$$

Formel (2.9) ergibt sich auch aus Gl. (2.5) mit $\varphi = \rho = 45^\circ$. Exemplarisch berechnet Bullet nun die Fläche des Erddruckkeils mit den Schenkellängen von jeweils $x = 6$ Toisen mit $A_G = 0,5 \cdot 6 \cdot 6 = 18$ Quadrattoisen. Da G proportional zu E_{Bullet} ist, gilt für die „Fläche des Erddrucks“ gemäß Gl. (2.9) $A_E = (5/7) \cdot 18 = 13$ Quadrattoisen. Bei gleicher Rohwichte von Erde und Mauerwerk der Stützmauer $\gamma_E = \gamma_{\text{MW}}$ erhält Bullet aus der von ihm gesetzten Flächengleichheit von A_E mit der der Querschnittsfläche der Stützmauer A_S deren Abmessungen. Somit lässt sich die Basisbreite der Stützmauer zu

$$b_{\text{Bullet}} = \frac{5}{7} \cdot H - k \quad (2.10)$$

berechnen, wo H die Höhe und k die Kronenbreite der Stützmauer bedeuten. b_{Bullet} nimmt für $H = 6$ Toisen ($= 6 \cdot 1,95 = 11,7$ m) und $k = 10/6$ Toisen ($= 3,25$ m) etwa den Wert $110/42 \approx 16/6 = 2,66$ Toisen ($= 5,20$ m) an (Abb. 2.11).

Bei der Ermittlung der Basisbreite der Stützmauer soll Emil Winkler (1835–1888) zufolge Bullet die Fläche des Erddrucks A_E durch die Höhe H dividiert haben (Winkler 1872, S. 59):

$$b_{\text{Bullet, Winkler}} = \frac{1}{H} \cdot A_E = \frac{1}{H} \cdot \frac{5}{7} \cdot A_S = \frac{1}{H} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{H^2}{2} = \frac{5}{14} \cdot H \approx 0,35 \cdot H \quad (2.11)$$

Wird in Gl. (2.11) $H = 6$ Toisen eingesetzt, dann hätte Bullet nach Winkler für die Basisbreite nur den Wert 2,14 Toisen erhalten. Auch Feld gibt dieselbe Formel wie Winkler an (Feld 1928, S. 65). Daraus folgt, dass sowohl Winkler als auch Feld die fraglichen Stellen bei Bullet entweder falsch verstanden haben, oder ihr Missverständnis der unkritischen Rezeption von Sekundärquellen geschuldet ist.

Bullets Dimensionierung von Stützmauern ist mehr der Geometrie denn der Statik verhaftet, da er sich nur für den Betrag der Vektoren des Erddrucks mit



Abb. 2.11 Bemessung einer Stützmauer nach Bullet (1691, S. 173).

dem des Gewichts der Stützmauer interessiert und deren Angriffspunkt und Richtung völlig außer Acht lässt.

Gautier

Mit Hubert Gautier (1660–1737) betritt ein Mitarbeiter Vaubans die Bühne des französischen Ingenieurbaus, der die Pionierzeit des 1716 gegründeten Corps des Ingénieurs des Ponts et Chaussées prägen sollte. Bekannt wurde Gautier durch seine Monographie über Straßenbau (1693) und Brückenbau (1716), welche für Dezennien zum ersten Lehrwerk des modernen Bauingenieurs avancierte. Als Inspecteur des Ponts et Chaussées von 1713 bis 1731 hatte er sich auch mit Problemen des Erdbaus zu befassen wie sie z. B. beim Trassieren von Straßen auftreten und zu lösen sind. Von Gautier stammen erste Angaben zu den wichtigsten Bodenkennwerten. Für sauberen, trockenen Sand misst er eine Rohwichte von $18,1 \text{ kN/m}^3$ und einen Böschungswinkel von 31° ; die entsprechenden Werte für gewöhnliche, aufgelockerte Erdfüllung gibt er zu $13,4 \text{ kN/m}^3$ und 45° an (Gautier 1717, S. 37–51). Obwohl Gautier bei der Bemessung von Stützmauern von geometrischen Proportionsregeln ausgeht, schuf er mit der quantitativen Erfassung der beiden Bodenkennwerte die Voraussetzung zur Herausbildung der Erddrucktheorie.

Couplet

In seinem ersten Mémoire de l'Académie Royale über Erddruck kritisiert Couplet die Annahmen Bullets (Couplet 1726/1728):

- Der angenommene Böschungswinkel von 60° sei falsch (s. Abb. 2.9).
- Das Kugelhaufwerk sei nicht zweidimensional (s. Abb. 2.9), sondern dreidimensional (s. Abb. 2.12).
- Die Böschungslinie d–n könne nicht als schiefe Ebene begriffen werden, worauf der Erdkeil a–d–n gleitet (s. Abb. 2.8)
- Der Faktor $5/7$ in Bullets Erddruckformel (2.9) sei falsch, da der Erddruck E nicht horizontal wirke.

Couplet geht von einer tetraederförmigen Konfiguration reibungsfreier Kugeln aus (Abb. 2.12). Jede Kugel ruht dabei auf drei anderen und überträgt auf die letzteren die senkrecht zu den Berührungsflächen wirkenden Druckkräfte. Dar-

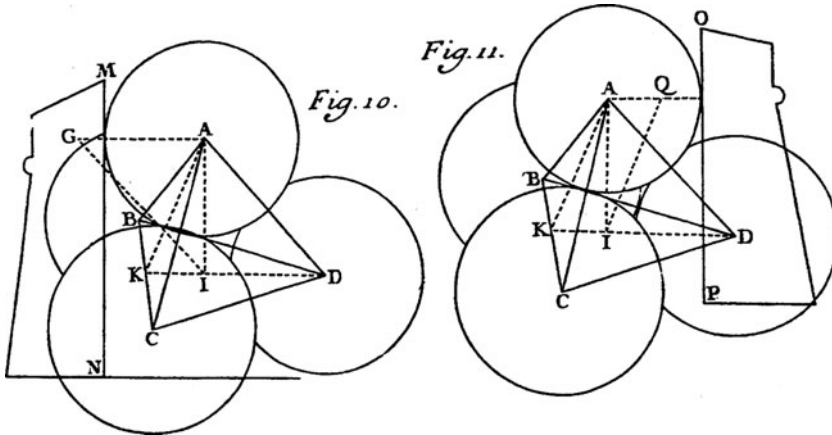


Abb. 2.12 Tetraederförmiges Kugelhauwerk nach Couplet (1726/1728, Tafel 4, Fig. 10 und 11).

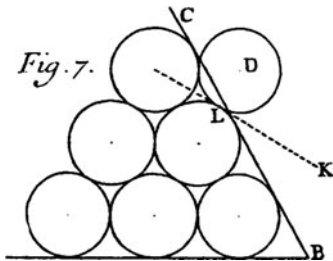


Abb. 2.13 Fiktive Böschungslinie nach Couplet (1726/1728, Tafel 4, Fig. 7).

aus leitet Couplet zunächst eine fiktive Böschungslinie L–K ab (Abb. 2.13). Die außenliegende Kugel rollt also nicht auf C–B, sondern auf L–K ab. Couplet zeigt weiter, dass seine reibungslose Theorie einen konstanten horizontalen Druck auf die glatte Wandlinie bedingt, der unabhängig vom Böschungswinkel und proportional zu $0,5 \cdot H^2$ ist. Aus dem elementaren Tetraeder der Seitenlänge $2 \cdot \sqrt{3}$ mit dem Dreieck A–I–D (Abb. 2.12) findet Couplet, dass sich der Erddruck E zum Gewicht des Bruchprismas G wie $2 : \sqrt{8}$ verhält, d. h., das Krafteck aus Prismengewicht und Erddruck dem Dreieck A–I–D ähnlich ist. Daraus folgt der Erddruck

$$E_{\text{Couplet,1726}} = \frac{\gamma_E}{8} \cdot H^2 = 0,125 \cdot \gamma_E \cdot H^2, \quad (2.12)$$

den Couplet im oberen Drittel der Wandlinie ansetzt. Der hydrostatische Erddruck ist

$$E_{\text{hydrostatisch}} = 0,5 \cdot \gamma_E \cdot H^2 \quad (2.13)$$

und würde im unteren Drittel der Wandlinie angreifen.

Nachdem Couplet das Momentengleichgewicht um Punkt m für eine Stützmauer rechteckigen Querschnitts ($b = k$) gebildet hat, erhält er die Mindestba-

sisbreite zu

$$\min b_{\text{Couplet,1726}} = H \cdot \sqrt{\frac{\gamma_E}{6 \cdot \gamma_{\text{MW}}}} \quad (2.14)$$

Couplets Formel (2.14) ergibt für das Rechenexempel Bullets, d. h. $\gamma_E = \gamma_{\text{MW}}$ und $H = 11,70$ m den Wert

$$\begin{aligned} \min b_{\text{Couplet,1726}} &= H \cdot \sqrt{\frac{\gamma_E}{6 \cdot \gamma_{\text{MW}}}} = H \cdot \sqrt{\frac{1}{6}} \\ &= 0,41 \cdot H = 0,41 \cdot 11,70 = 4,78 \text{ m} . \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dieser Wert liegt rd. 8 % unter dem aus Formel (2.10) resultierenden Wert von $b_{\text{Bullet}} = 5,20$ m.

Weitere Ansätze

Dem Grundmodell der reibungsfreien schiefen Ebene zur Bestimmung des Erddrucks folgten im 18. Jahrhundert zahlreiche Autoren (s. Kötter 1893, S. 79–80), die zumeist der Profession der Militäringenieure angehörten. Auch der einflussreiche Göttinger Mathematikprofessor Abraham Gotthelf Kästner (1719–1800) hing dieser Erddrucktheorie an (s. Woltman 1794, S. 152–158). Als weiteres Beispiel dieses Theorietyps sei Blaveau genannt, der in seinem *Mémoire de l'Académie Royale* von 1767 die Hangabtriebskraft in eine vertikale und horizontale Komponente zerlegt (Abb. 2.14); dabei interpretiert er die Letztgenannte als Erddruck (vgl. Winkler 1872, S. 60–61):

$$\begin{aligned} E_{\text{Blaveau}} &= G \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0,5 \cdot H \cdot x \cdot \gamma_E \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ &= 0,5 \cdot H^2 \cdot \gamma_E \cdot \cos^2 \varphi \end{aligned} \quad (2.16)$$

Speziell ergibt sich für $\varphi = \rho = 45^\circ$ die Beziehung

$$E_{\text{Blaveau}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot H^2 \cdot \gamma_E = 0,35 \cdot \gamma_E \cdot H^2 . \quad (2.17)$$

Diese Erddruckformel stimmt mit jener von Bullet – Formel (2.9) – überein.

Gleichwohl existieren zwischen beiden Ansätzen bezüglich des Angriffspunktes des Erddrucks erhebliche Unterschiede. Nach Blaveau geht die Wirkungslinie der Hangabtriebskraft durch den Schwerpunkt S des Erddruckkeils und schneidet die Wandlinie in p, so dass auch der Erddruck durch p geht und für den Spezialfall (2.16) die Strecke p–d den Wert $H/3$ annimmt. Daraus würde sich für

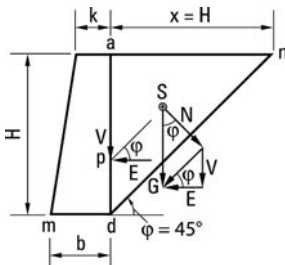


Abb. 2.14 Erddruckbestimmung nach Blaveau.

das Momentengleichgewicht um Punkt m einer Stützmauer rechteckigen Querschnitts ($b = k$) eine Mindestbasisbreite von

$$\min b_{\text{Blaveau,o}} = H \cdot \sqrt{\frac{\gamma_E}{4,29 \cdot \gamma_{\text{MW}}}} \quad (2.18)$$

ergeben. Dabei wurde die stabilisierende Wirkung der Vertikalkomponente V der Hangabtriebskraft vernachlässigt. Werden wiederum $\gamma_E = \gamma_{\text{MW}}$ und $H = 11,70$ m gesetzt, so resultiert aus Gl. (2.18)

$$\begin{aligned} \min b_{\text{Blaveau,o}} &= H \cdot \sqrt{\frac{\gamma_E}{4,29 \cdot \gamma_{\text{MW}}}} = H \cdot \sqrt{\frac{1}{4,29}} \\ &= 0,48 \cdot H = 0,48 \cdot 11,70 = 5,65 \text{ m} . \end{aligned} \quad (2.19)$$

Wird hingegen die stabilisierende Wirkung von V berücksichtigt, dann folgt für das Zahlenbeispiel

$$\min b_{\text{Blaveau,u}} = 0,25 \cdot H = 0,25 \cdot 11,70 = 2,88 \text{ m} . \quad (2.20)$$

Letzteres wäre nur möglich, wenn der Reibungskoeffizient der Wandlinie $\mu = \tan \rho = \tan \varphi = \tan 45^\circ = 1$ betragen würde, da dann und nur dann sich die stabilisierende Wirkung von V vollständig entfalten könnte. Aus diesem Grund sollte der Wandreibungswinkel δ mit Null angesetzt werden. Daraus würde aber folgen, dass für die Mindestbasisbreite 5,65 m zu nehmen wäre – ein Wert, der deutlich über den nach Bullet und Couplet ermittelte Mindestbasisbreite von 5,20 m bzw. 4,78 m läge. So führt Blaveaus Erddruckbestimmung letztlich zu unwirtschaftlichen Stützmauerquerschnitten.

Schwerer jedoch wiegt der Einwand, dass die Kräftezerlegung Blaveaus willkürlich ist, da die Hangabtriebskraft auf der Böschungslinie die entgegengerichtete Reibungskraft R mobilisieren müsste (s. Abb. 2.8), sofern die Böschungslinie mit der Gleitlinie identisch ist. Die Frage war nun, um welchen Betrag R der Erddruck nach Gl. (2.6) bzw. (2.7) vermindert werden kann. Diese Frage suchten Couplet und Bélidor mit dem durch die Reibung erweiterten Grundmodell der schiefen Ebene zur Erddruckbestimmung zu beantworten.

Reibung reduziert den Erddruck

Couplets zweites Mémoire de l'Académie Royale über Erddruck bezieht die Reibung zwischen Erdmaterial und Wandlinie mit ein (Couplet 1727/1729): „Da die Verkleidungen (= Stützmauern – d. Verf.) aus Mauer- oder Backsteinen, Kalk und Sand zusammengesetzt sind, welche niemals glatte Oberflächen geben, so ist es nöthig, zu untersuchen, wie groß der Druck der Erde gegen diese sandigen und unebenen Flächen sey, und eine solche Einrichtung der Verkleidungen anzugeben, vermöge welcher sie diesem Drucke zu widerstehen im Stande seyen“ (Couplet 1795, S. 89).

Methodisch folgt Couplet seinem ersten Mémoire über Erddruck. Aus dem tetraederförmigen Kugelhaufwerk (s. Abb. 2.12) und einer halboktaederförmigen Kugelkonfiguration leitet Couplet den schräg nach unten weisenden Erddruck ab.