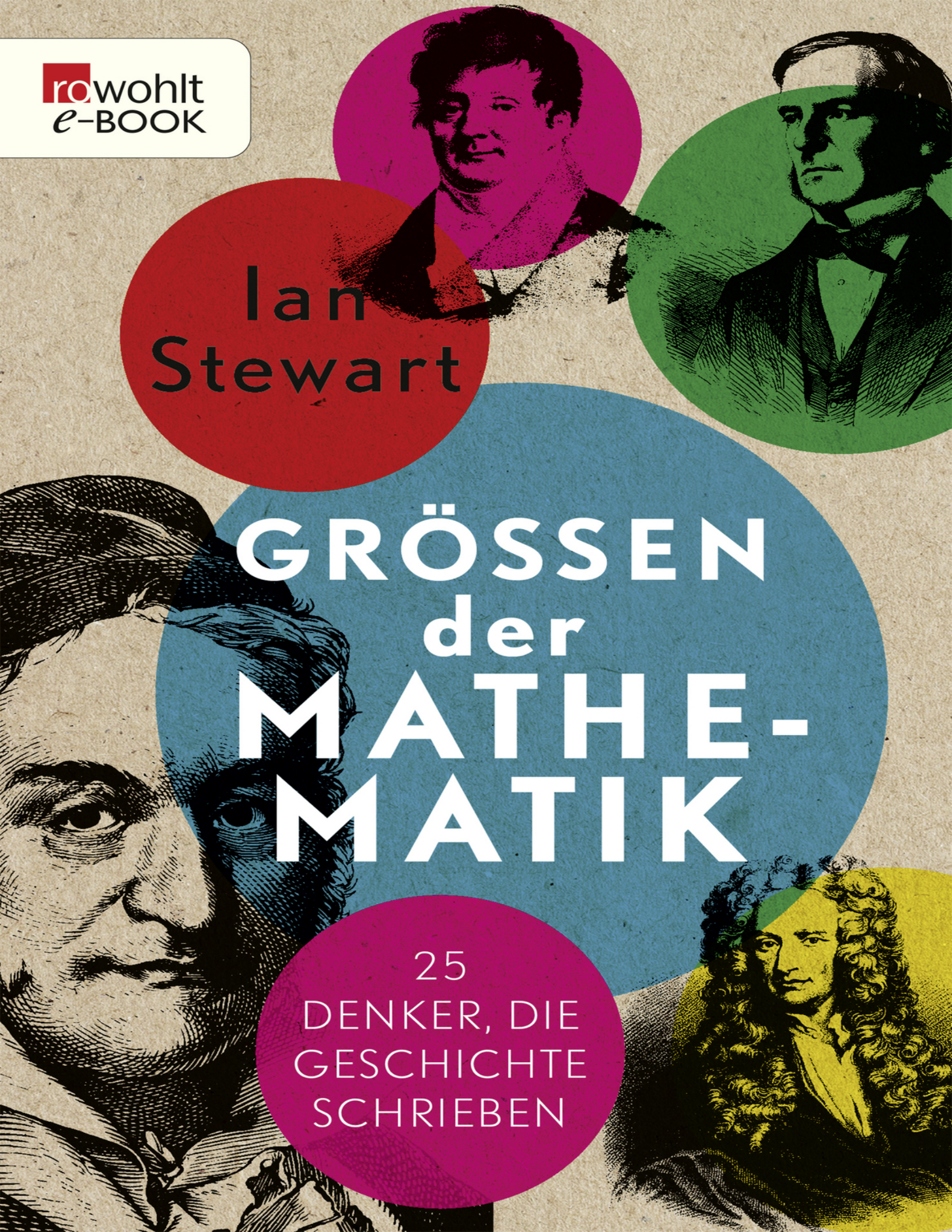


rowohlt
e-BOOK

Ian
Stewart

GRÖSSEN der MATHE- MATIK

25
DENKER, DIE
GESCHICHTE
SCHRIEBEN





Ian Stewart

Größen der Mathematik

25 Denker, die Geschichte schrieben

Aus dem Englischen von Monika Niehaus und Bernd Schuh

Über dieses Buch

Sie kamen aus allen Schichten und lebten in aller Herren Länder; sie waren Exzentriker wie Isaac Newton, Außenseiter wie Alan Turing oder gehörten zum Establishment wie Pierre de Fermat. Sie starben früh wie George Boole oder wurden steinalt wie Benoit Mandelbrot, waren Wunderknaben wie Karl Friedrich Gauss oder mussten sich mit Vorurteilen herumschlagen wie Emmy Noether.

Fünfundzwanzig Biografien von bahnbrechenden Größen der Mathematik versammelt Ian Stewart in diesem Band. 25 abgeschlossene Lebensgeschichten über 25 Jahrhunderte, die davon erzählen, wie und unter welchen Lebens- und Gesellschaftsumständen die ganz Großen zu ihren historischen Entdeckungen kamen. Wobei Mathematiker dieses Kalibers eben nicht entdecken, was schon da wäre, sondern das Neuland selbst erschaffen, das sie und wir anderen dann betreten. Drei Frauen sind darunter (Augusta Ada King, Sofia Kowalewskaja und Emmy Noether), denen Stewart besonderen Respekt zollt, weil sie nicht nur mit kniffligen Berechnungen, sondern auch mit rigiden gesellschaftlichen Hindernissen und Vorurteilen zu kämpfen hatten.

Gibt es das Mathe-Gen? – Nein, sagt Stewart. Aber bei vielen gibt es durchaus einen hochentwickelten Hirnsektor für das Visuelle. Tatsächlich denken große Mathematiker mehr in

Bildern als in Formeln; sie sind konzentrationsstark, haben ein gutes Gedächtnis, große Ausdauer und folgen gern ihrer Intuition. Die meisten jedenfalls. Allen gemeinsam aber ist eine Besessenheit von Mathematik, die sie über die Zeiten und Länder, über Herkunft und Status hinweg zu herausragenden Wissenschaftlern machte.

Vita

Ian Stewart, geboren 1945, ist der beliebteste Mathematikprofessor Großbritanniens. Längst sind seine Bücher auch in Deutschland Bestseller. Seit Jahrzehnten bemüht er sich erfolgreich, seine Wissenschaft zu popularisieren. Er studierte in Cambridge und promovierte an der Universität Warwick. Dort ist er heute Professor für Mathematik und Direktor des Mathematics Awareness Center. Seit 2001 ist Stewart zudem Mitglied der Royal Society.

Impressum

Veröffentlicht im Rowohlt Verlag, Reinbek bei Hamburg, November 2018

Copyright © 2018 by Rowohlt Verlag GmbH, Reinbek bei Hamburg

Die englische Originalausgabe erschien 2017 bei Profile Books Ltd., London, unter dem Titel «Significant Figures. Lives and Works of Trailblazing Mathematicians»

Copyright © Joat Enterprises, 2017

Fachlektorat Bernd Schuh

Umschlaggestaltung ZERO Media GmbH, München

Umschlagabbildung FinePic®, München, Ann Ronan Pictures/Print Collector/Getty Images, Fine Art Images/Heritage Images/Getty Images, Hulton Archive/Getty Images

ISBN 978-3-644-40464-9

Hinweis: Die angegebenen Seitenzahlen beziehen sich auf die Printausgabe.

Schrift Droid Serif Copyright © 2007 by Google Corporation

Schrift Open Sans Copyright © by Steve Matteson, Ascender Corp

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt, jede Verwertung bedarf der Genehmigung des Verlages.

Die Nutzung unserer Werke für Text- und Data-Mining im Sinne von § 44b UrhG behalten wir uns explizit vor.

Hinweise des Verlags

Abhängig vom eingesetzten Lesegerät kann es zu unterschiedlichen Darstellungen des vom Verlag freigegebenen Textes kommen.

Alle angegebenen Seitenzahlen beziehen sich auf die Printausgabe.

Im Text enthaltene externe Links begründen keine inhaltliche Verantwortung des Verlages, sondern sind allein von dem jeweiligen Dienstleister zu verantworten. Der Verlag hat die verlinkten externen Seiten zum Zeitpunkt der Buchveröffentlichung sorgfältig überprüft, mögliche Rechtsverstöße waren zum Zeitpunkt der Verlinkung nicht erkennbar. Auf spätere Veränderungen besteht keinerlei Einfluss. Eine Haftung des Verlags ist daher ausgeschlossen.

www.rowohlt.de

Für John Davey, Lektor und Freund
(19. April 1945–21. April 2017)

Inhalt

Einleitung 9

1 Störe meine Kreise nicht • **Archimedes von Syrakus** 25

2 Meister des Weges • **Liu Hui** 43

3 Dixit Algorismi • **Muhammad al-Chwarizmi** 53

4 Erfinder des Unendlichen • **Madhava** 67

5 Glücksspieler und Astrologe • **Girolamo Cardano** 79

6 Der Letzte Satz • **Pierre de Fermat** 91

7 Das Weltsystem • **Isaac Newton** 107

8 Unser aller Meister • **Leonhard Euler** 129

9 Der Wärmeoperator • **Joseph Fourier** 145

10 Das unsichtbare Gerüst • **Carl Friedrich Gauß** 159

11 Die Regeln beugen • **Nikolai Iwanowitsch**

Lobatschewski 179

12 Radikale und Revolutionäre • **Évariste Galois** 195

13 Die Zahlenzauberin • **Augusta Ada King** 213

14 Gesetze des Denkens • **George Boole** 229

15 Primzahl-Virtuose • **Bernhard Riemann** 249

16 Kardinal des Kontinuums • **Georg Cantor** 265

17 Die erste große Dame der Mathematik • **Sofja**

Kowalewskaja 283

18 Die Ideen überstürzen sich • **Henri Poincaré** 301

19	Wir müssen wissen, wir werden wissen • David Hilbert	321
20	Einsturz der akademischen Ordnung • Emmy Noether	337
21	Der Formelmann • Srinivasa Ramanujan	353
22	Unvollständig und unentscheidbar • Kurt Gödel	373
23	Die Maschine stoppt • Alan Turing	387
24	Vater der Fraktale • Benoit Mandelbrot	405
25	Das Innere nach außen kehren • William Thurston	423
	Mathematiker – Was macht sie so besonders?	439

Anhang

Anmerkungen	449
Weiterführende Literatur	453
Register	459

Einleitung

Alle Zweige der Naturwissenschaften können ihre Ursprünge weit ins Dunkel der Geschichte zurückverfolgen, doch bei den meisten Themen heißt es über die früheren Erkenntnisse: «Heute weiß man, dass das falsch war» oder «Sie waren schon auf dem richtigen Weg, doch heute sehen wir die Dinge anders». So nahm der griechische Philosoph Aristoteles zum Beispiel an, ein galoppierendes Pferd verliere niemals vollständig seinen Bodenkontakt, was Eadweard Muybridge 1878 mit Hilfe einer Reihe von Kameras, die durch quer zur Pferderennbahn gespannte Zugdrähte ausgelöst wurden, widerlegte. Aristoteles' Bewegungstheorie wurde von Galileo Galilei und Isaac Newton vollständig widerlegt, und seine Theorie des Geistes steht in keinerlei nutzbarer Beziehung zu den modernen Neurowissenschaften und zur Psychologie.

Die Mathematik ist anders. Sie ist von Dauer. Als die alten Babylonier herausfanden, wie man quadratische Gleichungen löst – wahrscheinlich um 2000 v. Chr., auch wenn die erste belastbare Quelle aus der Zeit um 1500 v. Chr. datiert –, veraltete ihr Ergebnis niemals. Es stimmt heute ebenso wie damals. Wir drücken das Ergebnis symbolisch aus, doch die dahinter stehende Logik ist dieselbe. Es gibt eine durchgehende

Linie mathematischen Denkens, die zurück bis nach Babylon reicht. Als Archimedes herausfand, wie sich das Volumen einer Kugel berechnen lässt, benutzte er keine algebraischen Symbole und er dachte nicht an eine spezifische *Zahl* π wie wir heute. Er drückte sein Ergebnis geometrisch aus, in Form von Verhältnissen, wie es damals bei den Griechen üblich war. Dennoch erkennt man sofort, dass seine Antwort unserer heutigen Darstellung $\frac{4}{3} \pi r^3$ entspricht.

Einige antike Entdeckungen außerhalb der Mathematik haben sich als ähnlich beständig erwiesen, z.B. das archimedische Prinzip, dem zufolge ein Objekt sein eigenes Gewicht an Flüssigkeit verdrängt, oder Archimedes' Hebelgesetz. Auch Teile der griechischen Physik und der Ingenieurwissenschaften haben bis heute Bestand. Aber bei diesen Themen ist Langlebigkeit die Ausnahme, während es in der Mathematik eher die Regel ist. Euklids *Elemente*, die das logische Fundament der Geometrie entwerfen, lohnen noch immer eine nähere Beschäftigung. Ihre Sätze bleiben wahr, und viele bleiben auch nützlich. In der Mathematik kommen wir voran, ohne die Erkenntnisse unserer Geschichte zu verwerfen.

Bevor Sie nun auf den Gedanken kommen, dass die Mathematik nur rückwärts gewandt ist, möchte ich zwei Dinge betonen. Zum einen kann sich die vermeintliche Bedeutung einer Methode oder eines Theorems verändern. Ganze mathematische Gebiete sind aus der Mode gekommen oder obsolet geworden, wenn sich Grenzen verschoben oder neue

Techniken entwickelt wurden. Aber sie sind noch immer *wahr*, und von Zeit zu Zeit erlebt ein schon abgeschriebenes Gebiet eine Renaissance – gewöhnlich aufgrund einer neu entdeckten Verbindung mit einem anderen Gebiet, einer neuen Anwendung oder eines methodologischen Durchbruchs. Zum anderen haben Mathematiker bei der Entwicklung ihrer Fragestellung nicht nur Fortschritte gemacht, sondern sie haben sich zudem eine riesige Menge an neuer, wichtiger, wunderbarer und nützlicher Mathematik ausgedacht.

Nichtsdestotrotz bleibt die grundsätzliche Aussage immer unangefochten. Sobald ein mathematischer Satz einmal korrekt bewiesen ist, wird er zu einem Stein, auf den wir bauen können – für immer. Auch wenn unser Konzept dessen, was wir als Beweis akzeptieren, seit Euklids Tagen beträchtlich strenger geworden ist, um uns von unbewiesenen Annahmen zu befreien, können wir das, was uns heute lückenhaft erscheint, ergänzen, und das Ergebnis steht noch immer.

• • •

Dieses Buch beschäftigt sich mit dem fast mythischen Prozess, durch den neue Mathematik entsteht. Mathematik entwickelt sich nicht im luftleeren Raum: Sie wird von *Menschen* geschaffen. Unter ihnen finden sich einige von erstaunlicher Originalität und Verstandesschärfe, die Menschen, die wir mit großen Durchbrüchen assoziieren – die Pioniere, die wegweisenden Figuren. Historiker betonen zu Recht, dass die

Werke der Großen von einer riesigen Menge Unterstützer abhingen, die zahllose kleine Puzzleteile zum Gesamtbild beisteuerten. Wichtige oder fruchtbare Fragen können von relativ Unbekannten gestellt werden, wesentliche Ideen können von Menschen vage erfasst werden, denen die technischen Fähigkeiten fehlen, sie in mächtige neue Methoden oder Perspektiven zu verwandeln. Newton meinte einmal, er stünde «auf den Schultern von Riesen». Das klang in gewisser Weise sarkastisch; mehrere dieser «Riesen» (vor allem Robert Hooke) klagten, Newton stünde weniger auf ihren Schultern als auf ihren Zehen, weil er ihre Leistung nicht ausreichend würdige oder in der Öffentlichkeit allen Ruhm einstreiche, obwohl er ihre Beiträge in seinen Schriften zitiere. Dennoch hatte Newton recht mit seiner Aussage: Seine große Synthese von Bewegung, Schwerkraft und Licht basierte auf einer Vielzahl von Einsichten seiner intellektuellen Vorgänger. Doch sie waren nicht alle Riesen. Auch ganz gewöhnliche Leute spielten eine wichtige Rolle.

Dennoch ragen die Riesen heraus und schreiten voran, während wir Übrigen folgen. Mit Hilfe von Leben und Werk einer Auswahl bedeutender Persönlichkeiten können wir Einblick gewinnen, wie neue Mathematik entsteht, wer sie entstehen lässt und wer diese Menschen waren. Für mich sind sie nicht nur Pioniere, die uns die Richtung wiesen, sondern Wegbereiter, die Pfade durch das undurchdringliche Unterholz im Dschungel mathematischen Denkens schlugen. Sie verbrachten einen Großteil ihrer Zeit damit, sich durch

Dornengestrüpp und Sümpfe zu kämpfen, doch von Zeit zu Zeit stießen sie auf einen geheimen Friedhof der Elefanten oder ein El Dorado, wo sie im Unterholz verborgene Schätze entdeckten. Sie drangen in Denkregionen vor, die für die Menschheit zuvor Terra incognita waren.

Tatsächlich *schufen* sie diese Regionen. Der mathematische Dschungel ist nicht dasselbe wie der Amazonas-Regenwald oder der kongolesische Urwald. Der mathematische Wegbereiter ist kein David Livingstone, der sich seinen Weg längs des Sambesi-Flusses erkämpft oder nach den Quellen des Nils sucht.

Livingstone «entdeckte» Dinge, die *schon da* waren. Tatsächlich wussten die Einheimischen schon lange, dass es sie gab. In jenen Tagen übersetzten Europäer «entdecken» jedoch mit «Europäer machen andere Europäer auf Dinge aufmerksam, die sie gefunden haben». Mathematische Wegbereiter erkunden jedoch nicht einfach einen bereits existierenden Urwald. In gewissem Sinne schaffen sie diesen Urwald, während sie ihn erforschen, als ob neue Pflanzen neben ihrem Weg entstehen und rasch zu Setzlingen und dann zu mächtigen Bäumen werden. Es *wirkt* jedoch so, als habe es diesen Urwald bereits zuvor gegeben, weil man sich nicht aussuchen kann, welche Pflanzen auf einmal emporschießen. Man sucht sich zwar aus, wo man hintritt, aber man kann nicht beschließen, eine Gruppe Mahagoni-Bäume zu «entdecken», wenn sich herausstellt, dass man in einem Mangrovensumpf gelandet ist.

Das ist meines Erachtens die Quelle der noch immer populären platonischen Sicht mathematischer Ideen: dass

mathematische Wahrheiten «tatsächlich» existieren, jedoch in einer idealen Form in einer Art paralleler Realität, die schon immer existiert hat und immer existieren wird. Dieser Sichtweise zufolge finden wir, wenn wir einen neuen Satz beweisen, nur etwas heraus, was schon die ganze Zeit da war. Meiner Meinung nach ergibt der Platonismus keinen buchstäblichen Sinn, doch er beschreibt den Prozess der mathematischen Forschung präzise. Man hat keine Wahl, das Einzige, was man tun kann, ist, den Baum zu schütteln und zu schauen, was herabfällt. In seinem Buch *What is Mathematics, Really?* offeriert Reuben Hersh eine realistischere Sicht der Mathematik: Es handelt sich um ein gemeinsames mentales menschliches Konstrukt. In dieser Hinsicht erinnert es stark an Geld. Geld lässt sich nicht «wirklich» mit Münzen oder Dollarnoten oder Zahlen in einem Computer gleichsetzen, es handelt sich um einen gemeinsamen Satz von Übereinkünften darüber, wie wir Metallstücke, Papierscheine und Zahlen in einem Computer füreinander oder für Waren eintauschen.

Hersh erzürnte einige Mathematiker, die sich an dem «menschlichen Konstrukt» störten und einwandten, Mathematik sei keineswegs willkürlich. Sozialer Relativismus kann ihr nichts anhaben. Das ist richtig, doch Hersh machte eindeutig klar, dass Mathematik kein *beliebiges* menschliches Konstrukt ist. Wir entschließen uns, uns mit Fermats letztem Satz zu beschäftigen, aber wir können nicht darüber entscheiden, ob er wahr oder falsch ist. Das menschliche Konstrukt, das wir Mathematik nennen, unterliegt einem

rigiden System logischer Einschränkungen, und eine Erkenntnis wird dem Konstrukt nur dann zugeschlagen, wenn sie diesen Auflagen genügt. Potenziell erlauben uns diese Auflagen, Wahres von Falschem zu unterscheiden, aber wir finden nicht heraus, welche Alternative die richtige ist, indem wir betonen, dass nur eine von beiden zutreffen kann. Die große Frage ist: welche? Ich habe inzwischen aufgegeben zu zählen, wie oft jemand ein kontrovers diskutiertes, von ihm ungeliebtes mathematisches Problem attackiert hat, indem er darauf verwies, dass Mathematik eine Tautologie ist: Alles Neue ist eine logische Konsequenz von Dingen, die wir bereits kennen. Ja, das stimmt. Das Neue steckt implizit im Alten. Aber die harte Arbeit kommt dann, wenn man versucht, es herauszuholen. Fragen Sie Andrew Wiles; es bringt nicht viel, ihm zu erklären, dass der Status von Fermats Letztem Satz durch die logische Struktur der Mathematik stets vorgegeben war. Er verbrachte sieben Jahre damit, herauszufinden, was dessen prädeterminierter Status tatsächlich *ist*. Bis man das tut, ist das Wissen darum, dass etwas prädeterminiert ist, etwa so nützlich, wie jemanden nach dem Weg zum Berliner Reichstag zu fragen und die Antwort zu erhalten, er befinde sich in Deutschland.

• • •

Dieses Buch ist keine systematische Geschichte der gesamten Mathematik, doch ich habe versucht, die angeschnittenen

mathematischen Themen in kohärenter Weise darzulegen, sodass die Konzepte im Lauf des Buches systematisch aufeinander aufbauen. Insgesamt erfordert dies, alles in einer annähernd chronologischen Ordnung zu erzählen. Eine nach Themen geordnete Chronologie wäre unlesbar, weil wir dann ständig von einem Mathematiker zum anderen springen würden, daher habe ich die Kapitel nach Geburtsdaten geordnet und verweise gelegentlich auf Querverbindungen. [1]

Ich möchte Ihnen 25 bedeutende mathematische Persönlichkeiten vorstellen, aus der Antike bis in die Moderne, Männer und Frauen, aus dem Osten wie aus dem Westen. Ihre persönlichen Geschichten beginnen im alten Griechenland, und zwar mit dem großen Mathematiker und Ingenieur Archimedes, dessen Leistungen von der Approximation von π und der Berechnung von Fläche und Volumen einer Kugel bis zur archimedischen Schraube zum Heben von Wasser und einer kranartigen Maschine zur Zerstörung feindlicher Schiffe reichen. Es folgen drei Repräsentanten des Fernen Ostens, wo während des Mittelalters die wichtigsten mathematischen Fortschritte gemacht wurden: der chinesische Gelehrte Liu Hui, der persische Mathematiker Muhammad ibn Musa al-Chwarizmi, der die Begriffe «Algorithmus» und «Algebra» prägte, und der Inder Madhava aus Sangamagrama, der Pionierarbeit auf dem Gebiet unendlicher Reihen für die trigonometrischen Funktionen leistete, Reihen, die im Westen ein Jahrtausend später von Newton wiederentdeckt wurden.

Im Lauf der italienischen Renaissance verlagerte sich der Schwerpunkt der Mathematik wieder nach Europa; dort treffen wir auf Girolamo Cardano, einen der größten Gauner, die jemals das mathematische Pantheon geziert haben. Cardano, ein Spieler und Raufbold, schrieb einen der wichtigsten Texte über Algebra, die jemals gedruckt wurden, praktizierte Medizin und führte ein Leben wie aus der Regenbogenpresse. Zudem fertigte er Horoskope an. Im Gegensatz dazu war Pierre de Fermat, der durch seinen Letzten Satz berühmt wurde, ein Anwalt mit einer Leidenschaft für Mathematik, was oft dazu führte, dass er seine juristische Arbeit vernachlässigte. Er verwandelte die Zahlentheorie in einen anerkannten Zweig der Mathematik, leistete aber auch Beiträge zur Optik und entwickelte einige Vorläufer der Infinitesimalrechnung. Dieses Thema wurde von Newton vollendet. Sein Meisterwerk ist die *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie), oft auch einfach *Principia* genannt. Darin legte er die Bewegungs- und Gravitationsgesetze dar und wandte sie auf die Bewegung des Sonnensystems an. Newton markiert einen Wendepunkt in der mathematischen Physik; er verwandelte sie in eine systematische mathematische Studie dessen, was er den «Aufbau der Welt» nannte.

Nach Newton verlagerte sich der Fokus der Mathematik von Großbritannien rund ein Jahrhundert lang nach Kontinentaleuropa und Russland. Leonhard Euler, der produktivste Mathematiker in der Geschichte, produzierte wichtige Schriften mit journalistischer Geschwindigkeit,

während er gleichzeitig viele Gebiete der Mathematik in einer Reihe eleganter, klar geschriebener Lehrbücher systematisierte. Kein Bereich der Mathematik entging seiner strengen Prüfung. Euler nahm sogar einige Ideen von Joseph Fourier vorweg, dessen Untersuchung der Wärmeübertragung zu einer der wichtigsten Techniken im Handbuch der modernen Ingenieurwissenschaften führte: die Fourier-Analyse, die eine periodische Wellenform mit Hilfe der grundlegenden trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus darstellt. Fourier war auch der Erste, der verstand, dass die Atmosphäre für den Wärmehaushalt der Erde eine wichtige Rolle spielt. Mit den einzigartigen Leistungen von Carl Friedrich Gauß, einem aussichtsreichen Kandidaten für den Titel des größten Mathematikers aller Zeiten, tritt die Mathematik ins moderne Zeitalter ein. Gauß begann mit der Zahlentheorie und festigte seinen Ruf als Astronom durch seine Vorhersage, der neu entdeckte Asteroid Ceres werde wiederauftauchen. Weiterhin erzielte er wichtige Fortschritte bei komplexen Zahlen, bei der Methode der kleinsten Quadrate und in der nichteuklidischen Geometrie, auch wenn er zum letzteren Thema nichts publizierte, weil er fürchtete, seine Ergebnisse seien der Zeit zu weit voraus und er würde sich damit nur lächerlich machen. Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski war weniger zurückhaltend und publizierte zahlreiche Artikel über eine Alternative zur euklidischen Geometrie, die wir heute als hyperbolische Geometrie bezeichnen. Er und János Bolyai gelten heute als die

rechtmäßigen Erfinder der nichteuklidischen Geometrie, die man als natürliche Geometrie einer Oberfläche mit konstanter Krümmung ansehen kann. Gauß hatte jedoch im Grunde recht, als er annahm, diese Idee sei ihrer Zeit voraus, und weder Lobatschewski noch Bolyai ernteten zu ihren Lebzeiten die verdiente Anerkennung. Wir beschließen diese Ära mit der tragischen Geschichte des Revolutionärs Évariste Galois, der mit nur 20 Jahren bei einem Duell, bei dem es um eine junge Frau ging, getötet wurde. Er leistete wertvolle Beiträge zur Algebra, die zur heutigen Charakterisierung des zentralen Konzepts der Symmetrie in Form von Transformationsgruppen führte.

Nun wird die Geschichte um ein neues Thema erweitert, um einen Weg, der von der ersten Mathematikerin geebnet wurde, die wir in diesem Buch treffen. Es geht um die Mathematik von Rechenautomaten. Augusta Ada King, Countess of Lovelace, war Mitarbeiterin von Charles Babbage, einem Mann, der nur ein einziges Ziel vor Augen hatte, da er die potenzielle Leistungsfähigkeit von Rechenmaschinen erkannt hatte. Er entwarf die Rechenmaschine *Analytical Engine*, einen Vorläufer des programmierbaren Computers aus Knarren und Zahnrädern, heute der Star der Steampunk-Science-Fiction. Ada gilt allgemein als erste Programmiererin, auch wenn diese Behauptung nicht unumstritten ist. Das Computerthema findet seine Fortsetzung in George Boole, der mit seiner Schrift *An Investigation of The Laws of Thought* einen mathematischen

Formalismus für die digitale Logik heutiger Computer begründete.

Die Mathematik wird im Lauf der Zeit immer vielfältiger, und das gilt auch für unsere Geschichte, die in immer neue Regionen des üppig wuchernden Dschungels vordringt. Bernhard Riemann besaß die brillante Gabe, hinter scheinbar komplexen Konzepten einfache, allgemeine Ideen zu entdecken. Zu seinen Beiträgen zählen die Grundlagen der Geometrie, vor allem die gekrümmten «Mannigfaltigkeiten», auf denen Albert Einsteins revolutionäre Theorie der Gravitation, die Allgemeine Relativitätstheorie, aufbaut. Er machte aber auch große Fortschritte in der Primzahltheorie, indem er die Zahlentheorie durch seine «Zeta-Funktion» mit der komplexen Analysis verknüpfte. Die Riemann-Hypothese über die Nullstellen dieser Funktion ist eines der größten und wichtigsten ungelösten Probleme in der ganzen Mathematik, auf seine Lösung ist ein Preis von 1 Million Dollar ausgesetzt.

Als Nächster folgt Georg Cantor, der die Art und Weise veränderte, wie Mathematiker über die Grundlagen ihres Themas denken, indem er die Mengenlehre einführte und unendliche Entsprechungen der ganzen Zahlen 1, 2, 3... einführte. Das führte zu der Entdeckung, dass einige Unendlichkeiten größer sind als andere – und zwar in einem strengen, aussagekräftigen und nützlichen Sinn. Wie viele Neuerer wurde Cantor zu Lebzeiten missverstanden und verlacht.

Nun betritt unsere zweite Mathematikerin die Bühne, die außerordentlich begabte Sofja Kowalewskaja. Ihr Leben war ziemlich kompliziert in den Wirren der Russischen Revolution und erschwert durch die Hindernisse, die eine männerdominierte Gesellschaft intellektuell brillanten jungen Frauen in den Weg legte. Es ist erstaunlich, dass sie überhaupt irgendetwas in der Mathematik erreichte. Tatsächlich gelangen ihr bemerkenswerte Entdeckungen bei der Lösung von partiellen Differenzialgleichungen, der Bewegung starrer Körper, dem Aufbau der Saturnringe und der Lichtbrechung durch einen Kristall.

Die Geschichte gewinnt nun an Fahrt. Um die Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert war der Franzose Henri Poincaré einer der weltweit führenden Mathematiker. Poincaré wirkte exzentrisch, war tatsächlich aber ungemein gescheit. Er erkannte die Bedeutung des gerade aufkommenden Gebiets der Topologie – der «Gummituchgeometrie», bei der sich Formen kontinuierlich verzerren lassen – und erweiterte sie von zwei auf drei Dimensionen und darüber hinaus. Bei der Untersuchung des Drei-Körper-Problems der Newton'schen Gravitation wandte er sie auf Differenzialgleichungen an. Das führte ihn zur Entdeckung des deterministischen Chaos, eines scheinbar zufälligen Verhaltens in einem nicht-zufälligen System. Beinahe hätte er auch die Spezielle Relativität entdeckt, bevor Einstein es tat.

Als deutsches Pendant zu Poincaré lernen wir David Hilbert kennen, dessen Karriere sich in fünf eigenständige Abschnitte

unterteilt. Zunächst nahm er einen Gedankengang über «Invarianten» auf, der ursprünglich von Boole stammte; dabei handelt es sich um algebraische Ausdrücke, die trotz Koordinatenwechsel dieselben bleiben. Dann entwickelte er eine systematische Behandlung von Kerngebieten der Zahlentheorie. Anschließend nahm er sich Euklids geometrische Axiome vor, fand sie mangelhaft und fügte zusätzliche hinzu, um die logischen Lücken zu schließen. Als Nächstes beschäftigte er sich mit mathematischer Logik und den Grundlagen der Mathematik und initiierte ein Programm, um zu beweisen, dass sich die Mathematik auf eine axiomatische Basis stellen lässt, die sowohl konsistent (logisch widerspruchsfrei) als auch vollständig (jede Aussage kann entweder bewiesen oder widerlegt werden) ist. Und schließlich wandte er sich der mathematischen Physik zu und war nahe daran, Einstein bei der Allgemeinen Relativität zu schlagen; zudem führte er den Begriff des Hilbert-Raums ein, der für die Quantenmechanik eine zentrale Rolle spielt.

Emmy Noether ist unsere dritte und letzte Mathematikerin; sie lebte zu einer Zeit, als die meisten akademischen Platzhirsche die Teilnahme von Frauen am universitären Leben noch mehr oder minder vehement ablehnten. Sie begann wie Hilbert mit der Invariantentheorie und wurde später seine Mitarbeiterin. Hilbert bemühte sich sehr, die «gläserne Decke» zu zertrümmern und ihr eine akademische Dauerstellung zu verschaffen, teilweise mit Erfolg. Noether ebnete den Weg der abstrakten Algebra und leistete Pionierarbeit im Hinblick auf

moderne axiomatische Strukturen wie Gruppen, Ringe und Felder. Sie bewies auch ein höchst wichtiges Theorem, das die Symmetrie physikalischer Gesetze zu Erhaltungsgrößen wie der Energie in Beziehung setzt.

Inzwischen ist die Geschichte im 20. Jahrhundert angelangt. Um zu zeigen, dass überragende mathematische Fähigkeiten sich nicht auf die gebildeten Klassen der westlichen Welt beschränken, folgen wir Leben und Karriere des autodidaktischen indischen Genies Srinivasa Ramanujan, der in Armut aufwuchs. Mit seiner frappierenden Fähigkeit, merkwürdige, aber richtige Gleichungen aus der Intuition zu entwickeln, konnten sich, wenn überhaupt, nur Giganten wie Euler und Carl Jacobi messen. Ramanujans Konzept eines Beweises war verschwommen, doch er konnte Gleichungen finden, von deren Existenz niemand anders auch nur geträumt hätte. Seine Unterlagen und Notizbücher werden noch immer auf neue und unverbrauchte Denkansätze hin durchforstet.

Zwei Mathematiker mit einer Neigung zum Philosophischen bringen uns zurück zu den Grundlagen des Themas und seiner Beziehung zu Computerberechnungen. Der eine ist Kurt Gödel, dessen Beweis, dass jedes beliebige Axiomensystem in der Arithmetik unvollständig und unentscheidbar sein muss, Hilberts Programm zerstörte, genau das Gegenteil zu beweisen. Der andere ist Alan Turing, der sich mit den Möglichkeiten eines programmierbaren Computers beschäftigte und dabei auf einen einfacheren und natürlicheren Beweis für Gödels Ergebnisse stieß. Turings Ruhm basiert natürlich darauf, dass

es ihm im Zweiten Weltkrieg in Bletchley Park gelang, den Code der Enigma-Maschine zu knacken. Zudem entwickelte er den Turing-Test für künstliche Intelligenz und arbeitete nach dem Krieg an mathematischen Problemen in der Biologie, wie den Mustern von Fell- und Federzeichnungen. Er war homosexuell und starb unter tragischen und mysteriösen Umständen.

Ich habe mich entschieden, keine lebenden Mathematiker einzubeziehen und mit zwei zeitgenössischen Mathematikern zu schließen: ein reiner und ein angewandter Mathematiker (beide gleichermaßen unorthodox). Bei dem letzteren handelt es sich um Benoit Mandelbrot, der weithin für seine Arbeit über Fraktale bekannt wurde, geometrische Formen, die auf allen Vergrößerungsstufen eine detaillierte Struktur aufweisen. Fraktale können die Natur oft viel besser wiedergeben als traditionelle glatte Oberflächen wie Kugeln und Zylinder. Auch wenn mehrere andere Wissenschaftler an Strukturen arbeiteten, die wir heute als Fraktale ansehen, machte Mandelbrot einen großen Fortschritt, weil er ihr Potenzial als Modelle für die natürliche Welt erkannte. Er gehörte nicht zu dem Typ Mathematiker, die Theoreme beweisen; vielmehr besaß er ein intuitives visuelles Gespür für Geometrie, das ihm erlaubte, Beziehungen zu sehen und Vermutungen zu formulieren. Zudem hatte er durchaus Showtalent und konnte seine Ideen gut verkaufen. Das nahm ihm manch einer in der mathematischen Gemeinschaft übel, doch man kann es nicht jedem recht machen.

Anmerkungen

[1] Wenn ich mich auf ein Buch oder einen Artikel beziehe, das ursprünglich in Latein oder einer kontinentaleuropäischen Sprache verfasst wurde, habe ich in der Regel die englische Übersetzung des Titels benutzt, es sei denn, Historiker verwenden allgemein die abgekürzte Form des Originaltitels. Bei der ersten Erwähnung eines Werkes gebe ich den ursprünglichen Titel samt einer Übersetzung an, es sei denn, sie ist offensichtlich. Die Titel von antiken chinesischen, arabischen und indischen Texten sind transkribiert und oft abgekürzt, und gewöhnlich wird auch eine Übersetzung geliefert.

[2] George Gheverghese Joseph. *The Crest of the Peacock*. I. B. Tauris 1991.

[3] Alexandre Koyré. An unpublished letter of Robert Hooke to Isaac Newton. *Isis* 43 (1952) 312–337.

[4] Die Royal Society plante, 1942 an den dreihundertjährigen Geburtstag von Isaac Newton zu erinnern, doch der Zweite Weltkrieg kam dazwischen, daher wurde die Feier auf 1946 verschoben. Keynes hatte einen Vortrag ›Newton, der Mensch‹ ausgearbeitet, doch er starb, kurz bevor die Feier stattfinden sollte. Sein Bruder Geoffrey hielt den Vortrag an seiner Stelle.

[5] Richard Aldington. *Frederick II of Prussia, Letters of Voltaire and Frederick the Great*. Letter H7434, 25. Januar 1778, Brentano's 1927.

[6] Genauer gesagt, muss das Polynom auch irreduzibel sein, kein Produkt von zwei Polynomen niedrigeren Grades mit ganzzahligen Koeffizienten. Wenn n prim ist, dann ist $x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1$ stets irreduzibel.

[7] Bötien ist eine Region in Mittelgriechenland. In den Zeiten des klassischen Altertums beschrieben die Athener die Bötier als langweilig und dumm. Der Name wurde zu einem sprichwörtlichen Begriff für Begriffsstutzigkeit und Beschränktheit.

[8] Tony Rothman. Genius and biographers: the fictionalization of Évariste Galois. *American Mathematical Monthly* 89 (1982) 84–106.

[9] June Barrow-Green. *Poincaré and the Three Body Problem*. American Mathematical Society, Providence 1997.

[10]

Ramanujans Hauptsatz besagt: Wenn eine komplexwertige Funktion ist, dann ist

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi(k)}{k!} (-x)^k$$

$$\int_0^{\infty} x^{s-1} f(x) dx = \Gamma(s) \varphi(-s)$$

wobei $\Gamma(s)$ die Euler'sche Gamma-Funktion ist.

[11] Andrew Economou, Atsushi Ohazama, Thantrira Porntaveetus, Paul Sharpe, Shigeru Kondo, Albert Basson, Amel Gritli-Linde, Martyn Cobourne und Jeremy Green. Periodic stripe formation by a Turing mechanism operating at growth zones in the mammalian palate. *Nature Genetics* (2012); DOI: 101038/ng.1090.

[12] Benoit Mandelbrot. *A Maverick's Apprenticeship, The Wolf Prizes for Physics*. Imperial College Press 2002 (deutsch: *Schönes Chaos: Mein wundersames Leben*. Piper 2010).

[13] Siehe Anmerkung 12.

[14] Benoit Mandelbrot. *Information theory and psycholinguistics*, in R.C. Oldfield und J.C. Marchall (Hg.), *Language*, Penguin Books 1968.

[15] Siehe Anmerkung 12.

[16] Sei $c = x + iy$ eine komplexe Zahl. Man beginnt mit $z_0 = 0$ und iteriert die Funktion $z^2 + c$, sodass man

$$z_1 = (z_0^2 + c)$$

$$z_2 = (z_1^2 + c)$$

$$z_3 = (z_2^2 + c)$$

und so weiter erhält. Dann liegt c dann und nur dann in der Mandelbrot-Menge, wenn alle Punkte z_n in einem endlichen Gebiet der komplexen Ebene liegen, wenn also die Menge iterierter Werte beschränkt ist.

[17] <https://www.youtube.com/watch?v=wO61D9x6lNY>.