

Dieter Urban  
Jochen Mayerl

# Strukturgleichungs- modellierung

Ein Ratgeber für die Praxis

 Springer VS

---

# Strukturgleichungsmodellierung

---

Dieter Urban • Jochen Mayerl

# Strukturgleichungsmodellierung

Ein Ratgeber für die Praxis

 Springer VS

Prof. Dr. Dieter Urban  
Universität Stuttgart  
Deutschland

Jun.-Prof. Dr. Jochen Mayerl  
Technische Universität Kaiserslautern  
Deutschland

ISBN 978-3-658-01918-1  
DOI 10.1007/978-3-658-01919-8

ISBN 978-3-658-01919-8 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer VS

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer VS ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.  
[www.springer-vs.de](http://www.springer-vs.de)

## Vorwort

Trotz sorgfältigster Erstellung enthält fast jeder Ratgeber ärgerliche Fehler. Und jeder Ratgeber kann auch nur über den aktuellen Stand der Forschung zum Zeitpunkt seines Erscheinens berichten. Um beide Probleme für die Leser ein wenig abzumildern, haben die Autoren die unten genannte Internetseite eingerichtet. Auf ihr soll über Druckfehler und die (hoffentlich nur wenigen) inhaltlichen Fehler in diesem Skript berichtet werden. Die Adresse der Internetseite zu diesem Ratgeber lautet:

[www.uni-stuttgart.de/soz/sem](http://www.uni-stuttgart.de/soz/sem)

Alle Leser können ihre Kommentare, Kritiken und Hinweise zu diesem Skript an eine der beiden E-Mail-Adressen senden, die auf der oben genannten Webpage angegeben sind. Die Autoren würden sich darüber sehr freuen.

Dieter Urban und Jochen Mayerl

Im Herbst 2013

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	5
<b>1 Einführung</b> .....	11
1.1 Wie soll dieser Ratgeber benutzt werden? .....	11
1.2 Welche Grundannahmen und welche Vorteile hat die SEM-Analyse? .....	13
1.3 Was ist eine messfehler-bereinigte (minderungskorrigierte) Analyse? .....	16
<b>2 SEM-Grundlagen</b> .....	25
2.1 Welche Eigenschaften müssen alle SE-Modelle aufweisen? ...	25
2.2 Wie können SE-Modelle konstruiert werden? .....	28
2.2.1 <i>Fünf Verfahren der Modellbildung</i> .....	28
2.2.2 <i>Die D-Separation</i> .....	33
2.2.3 <i>Spezifikation von Modellen mit Differenzwerten</i> .....	38
2.2.4 <i>Mediator-, Moderator- und Interaktionseffekte</i> .....	39
2.3 Was ist Multikollinearität und wie ist mit Multikollinearität umzugehen? .....	44
2.4 Wann sind SE-Modelle äquivalent und was ist dann zu tun? ...	45
2.5 Wie sind die geschätzten SE-Modellwerte zu interpretieren? ...	48
2.5.1 <i>Pfadkoeffizienten (und ihre möglichen Anomalien)</i> ...	48
2.5.2 <i>Faktorladungen</i> .....	54
2.5.3 <i>Determinationskoeffizienten (<math>R^2</math>)</i> .....	56
2.5.4 <i>Standardfehler / Signifikanztest</i> .....	58
2.5.5 <i>Konfidenzintervalle</i> .....	61
2.6 Sollten geschätzte SE-Modelle nachträglich modifiziert werden? .....	62
2.7 Welche Verfahren sollten zur SE-Modellschätzung benutzt werden? .....	64
2.7.1 <i>Die ML/ML(robust)-Schätzung</i> .....	67
2.7.2 <i>Die WLS/WLSMV-Schätzung</i> .....	69
2.8 Wann entsteht ein "Identifikationsproblem" bei der Konstruktion von SE-Modellen? .....	75

<b>3</b>	<b>Probleme bei der Schätzung von SE-Modellen</b> . . . . .	83
3.1	Warum funktioniert die Schätzung nicht? . . . . .	83
3.1.1	<i>Negative Fehlervarianz, negative Faktorvarianz (Heywood cases)</i> . . . . .	84
3.2	Welche Fit-Indizes sollten benutzt werden? . . . . .	86
3.2.1	<i>Overfitting (Überanpassung) und Modell-Respezifikation</i> . . . . .	99
3.3	Wie viele Fälle werden benötigt? . . . . .	103
3.3.1	<i>Fallzahl und Teststärke (power)</i> . . . . .	113
<b>4</b>	<b>Datenqualität und Messmodelle</b> . . . . .	117
4.1	Wie viele Indikatoren sollten pro Faktor vorhanden sein? . . . . .	117
4.1.1	<i>Skalierung von latenten Faktoren</i> . . . . .	126
4.1.2	<i>Reflektive vs. formative Indikatoren</i> . . . . .	128
4.2	Wie wird die Validität und Reliabilität von/in Messmodellen bestimmt? . . . . .	136
4.3	Sollten Kovarianzen zwischen den Indikator-Messfehlern zugelassen werden? . . . . .	139
4.4	Müssen die empirischen Variablenwerte immer metrisch und normalverteilt sein? . . . . .	140
4.5	Was ist bei Daten mit fehlenden Werten (missing data) zu tun? . . . . .	146
4.6	Wie können Daten, die eine Mehrebenenstruktur aufweisen, analysiert werden? . . . . .	151
4.7	Was sind Messmodelle höherer Ordnung? . . . . .	154
<b>5</b>	<b>Spezielle Varianten der SEM-Analyse</b> . . . . .	159
5.1	Welche SE-Modelle können zur Längsschnittanalyse mit Paneldaten eingesetzt werden? . . . . .	159
5.1.1	<i>Stabilitätskoeffizienten in SEM-Längsschnittanalysen</i> . . . . .	163
5.1.2	<i>Faktorinvarianz in SEM-Längsschnittanalysen/ Gruppenvergleichen</i> . . . . .	167
5.1.3	<i>Diachrone Korrelationen von Messfehlern in SEM-Längsschnittanalysen</i> . . . . .	173
5.1.4	<i>Latente Wachstumskurvenmodelle (LGC-Modelle)</i> . . . . .	177
5.2	Was ist "Bootstrapping" und wozu kann es eingesetzt werden? . . . . .	186
5.3	Wie können Modelle mit latenten Mittelwerten geschätzt werden? . . . . .	194
5.4	Was sind MTMM-Modelle und wozu werden sie gebraucht? . . . . .	200

---

5.5	Wie werden Modelle mit Feedback-Schleifen (non-rekursive Modelle) geschätzt? .....	206
<b>6</b>	<b>Modell-Vergleiche</b> .....	217
6.1	Wie können Modell- und Koeffizientenschätzungen untereinander verglichen werden? .....	217
6.2	Wie können die SEM-Schätzungen für mehrere Subgruppen miteinander verglichen werden? .....	222
6.2.1	<i>Multigruppenvergleiche mit latenten Mittelwerten</i> ....	229
<b>7</b>	<b>Anhang</b> .....	233
7.1	SEM-Notation nach LISREL (reduziert) .....	233
7.2	SEM-Notation nach EQS (Bentler-Weeks-Modell) (reduziert) ..	234
7.3	SEM-Notation nach Mplus (reduziert) .....	235
7.4	Vereinfachte SEM-Notation (verwendet im vorliegenden Skript)	236
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	237
	<b>Sachregister</b> .....	253

# 1 Einführung

## 1.1 Wie soll dieser Ratgeber benutzt werden?

Der vorliegende “Ratgeber” ist ursprünglich als Informationsschrift für Master-Studierende im Bereich der sozialwissenschaftlichen Methodenlehre entstanden. Der Text will Anregungen zur Durchführung von empirischen Analysen mittels Strukturgleichungsmodellierung geben und will Hilfestellungen bei der Beseitigung von Analyseproblemen liefern, die bei dieser Form von Modellanalyse nur allzu häufig auftreten können.

Dieser Ratgeber liefert keine grundlegende Einführung in die Logik oder in die Verfahren der Analyse von Strukturgleichungsmodellen (im Folgenden häufig “SEM-Analyse” genannt). Stattdessen werden hier einige höchst selektiv ausgewählte Hinweise zur Durchführung von SEM-Analysen gegeben. Zum Verständnis dieser Hinweise ist es erforderlich, dass die Leser/innen zumindest schon einen basalen Einführungstext zur SEM-Analyse durchgearbeitet haben (empfohlen wird insbesondere: Kline 2011).

Bei der Auswahl der in diesem Ratgeber erläuterten Themen haben sich die Autoren vor allem an Fragen und Problemen orientiert, mit denen sie in ihren SEM-Kursen immer wieder konfrontiert werden. Sicherlich gibt es bei der Analyse von Strukturgleichungsmodellen (im Folgenden häufig “SE-Modelle” genannt) zahlreiche weitere Fragen und Probleme, die in diesem Text nicht angesprochen werden.

Allerdings glauben die Autoren, dass gerade die hier vermittelten Informationen für ein adäquates Verständnis von SEM-Analysen und für die praktische Durchführung solcher Analysen sehr hilfreich sein können.

Keineswegs handelt es sich bei den folgenden Hinweisen und Erläuterungen um so etwas wie einen wie auch immer begründeten “Wissenskanon” zur SEM-Analyse, der auf Vollständigkeit und intersubjektive Gültigkeit ausgerichtet wäre. Die Auswahl der vorgestellten Informationen ist höchst subjektiv und wird allein durch die Erfahrungen bestimmt, welche die Autoren in Lehre und Forschung mit den diversen Verfahren der SEM-Analyse gemacht haben.

Dieser Ratgeber ist nicht auf die Anwendung einer bestimmten SEM-Software bezogen (z.B. AMOS, EQS, LISREL, Mplus). Alle hier aufgeführten Hinweise wurden so weit wie möglich software-neutral formuliert.

Zur Bezeichnung der in den SE-Modellen analysierten Variablen und Parameter wird im vorliegenden Text eine vereinfachte SEM-Notation benutzt. Diese wird im Anhang (Kap. 7.4) in leicht verständlicher Weise vorgestellt bzw. veranschaulicht.<sup>1</sup>

Für SEM-Experten<sup>2</sup> sei hier aber bereits verraten: Die im Folgenden benutzte, vereinfachte SEM-Notation kombiniert Bezeichnungen aus der EQS- und der Mplus-Symbolik. Durch Verwendung dieser stark vereinfachten SEM-Notation kann (nach den Erfahrungen der Autoren) ein relativ leichter Zugang zur SEM-Methodik gerade auch für Nicht-Methodiker ermöglicht werden.

Einführende und weiterführende Texte (auch zu speziellen Inhalten der SEM-Analyse) finden sich in den beiden Literaturlisten von Jason T. Newsom:

<http://www.upa.pdx.edu/IOA/newsom/semrefs.htm>

<http://www.upa.pdx.edu/IOA/newsom/sembooks.htm>

An dieser Stelle sei auch auf das Internet-Forum SEMNET verwiesen, das im vorliegenden Ratgeber an einigen Stellen erwähnt wird. SEMNET ist ein Internet-Forum zum Austausch von Informationen über Verfahren der Strukturgleichungsmodellierung. Der kostenfreie Internet-Zugang erfolgt über:

<http://www.gsu.edu/~mkteer/semnet.html>

Zum Umgang mit dem vorliegenden Text können folgende Tipps hilfreich sein:

- (1) Schon vor der Lektüre dieses Ratgebers (oder dazu begleitend) sollte ein einführender Text zur SEM-Analyse gelesen werden (z.B. Kline 2011).
- (2) Es sollten bereits erste praktische Erfahrungen mit der Durchführung von SEM-Analysen (egal mit welchem Softwarepaket) gemacht worden sein.
- (3) Das vorliegende Buch kann selektiv gelesen werden. Die Auswahl kann anhand des Inhaltsverzeichnisses (grob) oder anhand des Sachindexes (fein) vorgenommen werden.
- (4) Nicht alle im Buch erläuterten, praktischen Hinweise können als direkte Anleitung für konkrete SEM-Analysen benutzt werden. Dazu reicht oftmals der hier zur Verfügung stehende Seitenplatz nicht aus. In diesen Fällen wird der

---

1 In gleicher Weise werden im Anhang auch die SEM-Notationen der SEM-Softwarepakete LISREL, EQS, Mplus vorgestellt (Kap. 7.1 bis Kap. 7.3).

2 Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im vorliegenden Text bei Personenbezeichnungen die männliche Form benutzt. In jedem Fall ist dabei jedoch implizit auch die entsprechende weibliche Personenbezeichnung gemeint.

Anwender auf weiterführende Literatur verwiesen, in der die zusätzlich benötigten Informationen nachzulesen sind.

a.a.O.

An vielen Stellen enthält dieser Ratgeber deutlich herausgestellte Verweise auf ergänzende Textstellen, in denen zusätzliche Informationen zu einem bestimmten Thema oder zu einem bestimmten Stichwort zu finden sind. Diese Verweise sind gekennzeichnet durch das Kürzel: “a.a.O.” (am angeführten Ort). Die damit gemeinte Seite ist über den Sachindex am Ende dieses Buches zu finden. Sie muss dort über den entsprechenden Fachterminus identifiziert werden.

[www.uni-stuttgart.de/soz/sem/](http://www.uni-stuttgart.de/soz/sem/)

Aktuelle Ergänzungen, Erweiterungen und evtl. auch Fehlerkorrekturen zu diesem Ratgeber sind auf dieser Internetseite zu finden.

## **1.2 Welche Grundannahmen und welche Vorteile hat die SEM-Analyse?**

Wie bereits in Kapitel 1.1 erwähnt, ist dieser Ratgeber keine Einführung in die Grundlagen der Analyse von Strukturgleichungsmodellen. Und da sich unser Text vor allem an diejenigen SEM-Anwender richtet, die nach Lösungen für ein spezielles SEM-Problem suchen, sollten die Leser dieses Skripts auch schon einige praktische Erfahrungen mit dem Einsatz von SEM-Softwarepaketen gemacht haben.

Im Folgenden werden wir zunächst eine kurze Auflistung von Grundannahmen (GA) und Vorteilen (V) der Strukturgleichungsmodellierung vorstellen. Diese Auflistung soll die Erinnerung an vorhandenes SEM-Wissen erleichtern sowie bereits zu Beginn der Lektüre auf wichtige Besonderheiten der SEM-Analyse aufmerksam machen. In den weiteren Kapiteln dieses Ratgebers werden dann auch die hier benutzten SEM-Fachbegriffe noch näher erläutert werden.

SEM-Analysen werden hauptsächlich zur statistischen Untersuchung von Modellen eingesetzt, in denen theoretisch begründete Zusammenhänge zwischen manifesten und latenten Variablen mit einer bestimmten Modellsprache und unter Zugrundelegung bestimmter Modellannahmen beschrieben werden. So kann damit z.B. ein Modell untersucht werden, nach dem mehrere sozioökonomische Variablen durch lineare Effekte das Ausmaß von Umweltbewusstsein beeinflussen. Es können zwar auch explorative SEM-Analysen durchgeführt werden, aber auch

diese dienen vor allem der Modifikation von theoretischen Modellen, die noch vor Durchführung der statistischen SEM-Analysen entwickelt und begründet wurden.

Dementsprechend sind folgende Grundannahmen (GA) der SEM-Analyse besonders wichtig (mehr dazu in den folgenden Kapiteln):

- GA1 SEM-Analysen sollen vor allem theoretische Modelle bzw. theoretisch begründete Variablenzusammenhänge quantifizieren und testen. Auch wenn die Variablenzusammenhänge in diesen Modellen in Form von Kausalbeziehungen bestimmt werden, so sind auch diese kausalen Beziehungen als theoretisch festgelegte Kausalbeziehungen (Kausalitäten) zu verstehen.<sup>3</sup>
- GA2 Eine SEM-Analyse kann niemals ein "wahres" Modell finden oder Argumente dafür liefern, dass ein Modell "wahr" ist.
- GA3 SEM-Analysen wollen herausfinden, ob ein bestimmtes theoretisches Modell in Einklang mit beobachteten Daten steht. In der SEM-Analyse soll nicht ein Modell widerlegt werden (wie eine Nullhypothese im klassischen Inferenztest), sondern es werden statistische Argumente dafür gesucht, dass ein vorgeschlagenes Theoriemodell auch empirisch sinnvoll ist.
- GA4 Wird in einer SEM-Analyse ein Theoriemodell statistisch nicht bestätigt, so kann das daran liegen,
- (-) dass das theoretische Modell falsch ist,
  - (-) dass ein richtiges theoretisches Modell fehlerhaft in ein SE-Modell übersetzt wurde,
  - (-) dass die analysierten Daten nicht den statistischen Erfordernissen der SEM-Analyse entsprechen,
  - (-) dass die Daten fehlerhaft sind (d.h. eine geringe Validität und/oder eine geringe Reliabilität aufweisen).
- GA5 Die beste Möglichkeit, die Validität eines theoretischen Modells empirisch nachzuweisen, besteht darin, Replikationsstudien durchzuführen, in denen die gleiche SE-Modellierung bei mehreren unabhängig voneinander erhobenen Datensätzen zu gleichen oder vergleichbaren Modellschätzungen kommt.
- GA6 Für die Spezifikation und Schätzung von Strukturgleichungsmodellen gelten, wie auch für alle anderen linearen Statistikmodelle, einige grundle-

---

3 Um eine erkenntnistheoretische Diskussion über das, was Kausalität bedeutet, zu vermeiden, werden Kausaleffekte in der SEM-Analyse oftmals rein pragmatisch bzw. modelltechnisch definiert. Ein Kausaleffekt ist dann ein Effekt, der über die Höhe der Veränderung der Modellvariablen B informiert, wenn sich eine Modellvariable A um einen bestimmten Betrag vergrößert oder verkleinert. Das Ausmaß einer solchen Veränderung wird im Schätzwert für den unstandardisierten Regressionskoeffizienten sichtbar gemacht.

gende empirische und statistische Kernannahmen (vgl. dazu Bollen 1989: 12ff). Diese können jedoch durch Spezifikation von komplexeren SE-Modellen aufgehoben bzw. eingeschränkt werden. Einige dieser Annahmen und einige diesbezügliche Modell-Spezifikationen werden nachfolgend in unserem Ratgeber behandelt. Insbesondere werden wir die folgenden Annahmen erörtern: Linearität und Additivität von Kausaleffekten (und deren Aufhebung in Modellen mit nicht-linearen Effekten und multiplikativen Interaktionseffekten, a.a.O.), multivariate Normalverteilung aller beobachteten Variablenwerte (und deren Aufhebung durch Einsatz robuster und kategorialen Schätzverfahren, a.a.O.), keine Autokorrelation der Residuen (und deren Aufhebung durch Spezifikation von diachronen Residuenkorrelationen in Längsschnittmodellen, a.a.O.), keine bzw. nur wenige systematisch-fehlende Werte (und deren Berücksichtigung durch Methoden zur Schätzung fehlender Variablenwerte, a.a.O.).

Einige wichtige Vorteile (V) der SEM-Analyse sind (auch dazu mehr in den folgenden Kapiteln dieses Texts):

- V1 Die SEM-Analyse erlaubt u.a. die multivariate Analyse von Kausalmodellen (auch als klassische Pfadanalyse), in denen zwischen unabhängigen Variablen (Prädiktoren, externe/exogene Variablen) und abhängigen Variablen (Kriteriumsvariablen, interne/endogene Variablen) unterschieden wird, und in denen die simultanen Effekte (Einflussstärken) von mehreren Prädiktoren als partielle bzw. kontrollierte Größen geschätzt werden (als direkte, indirekte und totale Effekte).
- V2 Die SEM-Analyse ermöglicht Modellkonstruktionen, in denen sowohl nicht direkt beobachtbare, latente Modellvariablen (Konstrukte, Faktoren) als auch Ein-Indikator- oder Mehr-Indikatoren-Messmodelle (unter Verwendung von beobachtbaren, manifesten Variablen, Indikatoren, Items) zur Operationalisierung der latenten Variablen enthalten sind.
- V3 In der SEM-Analyse können alle freien, d.h. nicht durch Vorannahmen fixierten Bestimmungsfaktoren (Parameter) eines Modells in simultaner Weise geschätzt werden. Zu den möglichen freien Parametern gehören einmal die Effekt- bzw. Pfadkoeffizienten sowie die Kovarianzen, Varianzen und Mittelwerte der manifesten und latenten Modellvariablen. Dazu gehören aber auch die Faktorladungen, Kovarianzen, Varianzen und Mittelwerte in den dazugehörigen Messmodellen.
- V4 Der Erfolg einer kompletten SEM-Schätzung, d.h. die Qualität der simultanen Schätzung aller freien Parameter, kann mittels einzelner, umfassender statistischer Anpassungstests überprüft werden.

- V5 Die SEM-Analyse kann das Ausmaß von Messfehlern (zufallsbedingte Indikatorvarianzen) bei der Schätzung von Effektstärken berücksichtigen und kann deren Schätzung diesbezüglich korrigieren. Dadurch können messfehler-bereinigte Schätzungen von freien Strukturparametern erreicht werden, wodurch bei Analyse von Modellen mit latenten Konstrukten (z.B. mit latenten Einstellungsmustern) die Reliabilität der Modellanalyse wesentlich erhöht wird.
- V6 Obwohl ihre Logik auf den Annahmen des allgemeinen linearen Modells der statistischen Analyse beruht, können in SE-Modellen auch nicht-lineare Beziehungen modelliert werden.
- V7 Auch nicht-multivariat-normalverteilte und nicht-kontinuierliche Variablen (wie auch kategoriale Variablen) können aufgrund neuer verbesserter Schätzalgorithmen in SE-Modellen berücksichtigt werden.
- V8 In der SEM-Analyse können durch Verwendung von Mehrfachmessungen (z.B. in Form von Paneldaten) auch Kovarianzstrukturen zwischen den Messfehlern modelliert werden, die es u.a. ermöglichen, Autokorrelationen unter den Messfehlern zuzulassen. Auf diese Weise können auch systematische Messfehlerverzerrungen (neben den zufälligen, s.o.) kontrolliert werden.
- V9 SEM-Analysen können auch zur Analyse von dynamischen, zeitabhängigen Wachstums- und Entwicklungsmustern eingesetzt werden. Solche Analysen werden u.a. durch die Schätzung von sog. "Autoregressionsmodellen" oder (besser noch) von sog. "latenten Wachstumskurvenmodellen" ermöglicht.

### 1.3 Was ist eine messfehler-bereinigte (minderungskorrigierte) Analyse?

Einer der größten Vorteile der SEM-Analyse ist die dadurch gegebene Möglichkeit, sozialwissenschaftliche Strukturmodelle mit messfehler-bereinigten Variablenzusammenhängen schätzen zu können (vgl. V5 in Kap. 1.2). Was bedeutet das im Konkreten?

Viele Messungen in den Sozialwissenschaften, wie z.B. Einstellungsmessungen im Rahmen von Survey-Erhebungen, sind in ganz besonders hohem Maße fehlerbelastet. Das ist vor allem dann der Fall, wenn den gemessenen Einstellungen bestimmte subjektive Wissens Elemente oder Bewertungen zugrunde liegen, die nur von geringer kognitiver Zentralität und Stabilität sind. Dann werden im

Messprozess häufig anstelle von konsistenten Einstellungshaltungen nur spontane Meinungsäußerungen ermittelt, die von aktuellen personalen Befindlichkeiten und von Assoziationen mit objektfremden Zieldimensionen bestimmt sind und somit fehlerhafte Messungen der jeweiligen Einstellung, aber auch fehlerhafte Messungen entsprechender Einstellungseffekte erzeugen.

Der Vorteil der SEM-Methodik besteht nun darin, dass diese Modelltechnik bei der Schätzung von Einflussbeziehungen zwischen zwei oder mehreren latenten Variablen (bzw. zwischen “theoretischen Konstrukten” bzw. zwischen “Faktoren” oder “Faktorvariablen”) fehlerbereinigte bzw. ”fehlerfreie” Schätzwerte liefern kann. Dies ist deshalb möglich, weil es die SEM-Methodik erlaubt, die Varianz eines jeden Items/Indikatoren in drei Teile zu zerlegen:

- (a) in den Anteil von “valider Varianz”, der durch die Beziehung zwischen manifestem Item und latentem Theoriekonstrukt entsteht;
- (b) in den Anteil “systematischer Fehlervarianz”, der u.a. (aber nicht nur!) durch Fehlerkorrelationen entsteht (s.u.), und der nur recht kompliziert zu messen ist<sup>4</sup>;
- (c) in den Anteil von “zufälliger Fehlervarianz”, der durch unsystematische, rein zufällig verteilte Messwertverzerrungen entsteht.

Im Rahmen von SE-Modellschätzungen werden die beiden zuvor genannten Fehlervarianzen (b, c) geschätzt (entweder gemeinsam oder separat) und bei der Berechnung der Stärke von Beziehungen zwischen den Faktorvariablen berücksichtigt.

Die dadurch ermöglichte Fehlerbereinigung gilt nicht nur für zufällig entstandene Messwertverzerrungen. Im Kontext von SEM-Längsschnittanalysen können auch systematische Messfehler ermittelt und bei der Schätzung von Pfadkoeffizienten berücksichtigt werden. Systematische Messfehler entstehen z.B. durch Kovarianzen zwischen den Fehlertermen in Folge von Effekten, die durch bestimmte Erhebungsmethoden ausgelöst werden (z.B. durch die Breite von Ratingskalen oder die Verwendung von Skalen mit expliziter “keine Angabe”- oder “weiß nicht”-Kategorie).

Im Folgenden sollen in aller Kürze einige zentrale Merkmale des fehlerkorrigierten Schätzverfahrens herausgestellt werden.

---

4 Die systematische Fehlervarianz ist z.B. in einem MTMM-Design (a.a.O.) messbar, in welchem mehrere Methodenfaktoren (a.a.O.) spezifiziert werden. Mit diesen Methodenfaktoren können u.a. die Effekte von verschiedenen Antwortstilen kontrolliert werden, indem z.B. ein Methodenfaktor für die negativ semantisierten Items längerer Itembatterien und ein anderer Methodenfaktor für die positiv semantisierten Items bestimmt wird (vgl. dazu Horan/ DiStefano/ Motl 2003).

Messfehler verteilen sich innerhalb einer Stichprobe entweder zufällig oder überzufällig (d.h. systematisch) oder weisen sowohl zufällige als auch systematische Eigenschaften auf:

So sind z.B. systematische Messwertverzerrungen bei einer Erhebung von intersubjektiv gültigen Deutungsmustern gegenüber neuen Technologien immer dann gegeben, wenn die Messwerte durch gruppenspezifische Assoziationen der jeweiligen Technologie mit technologiefremden Wertorientierungen bestimmt werden. Dies wäre z.B. dann der Fall, wenn Risiko-Perzeptionen gegenüber neuartigen Anwendungen der Gentechnik auf dem Umweg über Negativ-Assoziationen mit dem selbstständigen kognitiven Konstrukt "Umweltbewusstsein" (dessen Ausprägungen gruppenspezifisch verteilt sind) gesteuert würden.

Wenn, wie das beim vorstehenden Beispiel der Fall ist, die systematischen Komponenten einer Messverzerrung einem für alle Respondenten gültigen Muster folgen, so wird sich das Zentrum der gemessenen Variablen verschieben und es wird für die statistische Analyse sehr schwierig werden, diesen Effekt zu kontrollieren (es sei denn, die objektfremde Quelle der systematischen Messvariation ist bekannt und kann als eigenständiger Faktor in ein entsprechendes Statistikmodell aufgenommen werden).

Im Unterschied dazu ist es für die statistische Modellschätzung einfacher, ihre Ergebnisse gegenüber den Effekten von zufällig variierenden Messfehlern abzusichern. Diese können im Unterschied zu systematischen Verzerrungen z.B. dann auftreten, wenn interindividuell variierende Kognitionen aufgrund von unterschiedlichen individuellen Befindlichkeiten entstehen. Diese sind dann zufällig verteilt und werden z.B. nicht durch gruppenspezifische Assoziationen mit bestimmten, objektfremden Kognitionen in systematischer Weise beeinflusst.

Derart ausgelöste, zufällige Messfehler können, wenn sie nicht innerhalb eines Statistikmodells zu kontrollieren sind, den Anteil nicht-"erklärter" bzw. nicht-ausgeschöpfter Variation u.U. extrem erhöhen und dadurch den "wahren" Zusammenhang zwischen den Konstrukten eines Theoriemodells bis zur Unkenntlichkeit verschleiern. Denn generell führt die Nicht-Berücksichtigung von zufälligen Messfehlern zu Verzerrungen der jeweiligen Parameterschätzungen in Richtung des Null-Wertes.

So konnte z.B. eine Studie zu verschiedenen Determinanten des AIDS-bezogenen Risikoverhaltens den Anteil erklärter Varianz um das 2.9-Fache steigern (von  $R^2 = 0.15$  auf  $R^2 = 0.43$ ), nachdem bei drei von acht Modellkomponenten eine Messfehlerkontrolle vorgenommen wurde (Wang et al. 1995).

Dies bedeutet: Zufällige Messfehler beeinträchtigen die Reliabilität von Messungen und reduzieren damit die Qualität entsprechender empirischer Studien in sehr beträchtlichem Ausmaß.

Bollen (1989: 154-159) kann zeigen, dass das Quadrat einer Korrelation zwischen den zwei manifesten Indikatorvariablen  $Y_1$  und  $Y_2$  gleich dem Produkt von deren Reliabilitäten und der wahren quadrierten Korrelation zwischen den zugehörigen latenten Faktoren  $F_{Y_1}$  und  $F_{Y_2}$  ist:

$$r_{Y_1, Y_2}^2 = REL_{Y_1} \times REL_{Y_2} \times r_{F_{Y_1}, F_{Y_2}}^2$$

Daraus ergibt sich die klassische Formel, nach der auch ohne SEM-Methodik beliebige Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des verzerrenden Einflusses vorhandener Messfehler zu korrigieren sind:

$$r_{FY_1, FY_2} = \frac{r_{Y_1, Y_2}}{\sqrt{REL_{Y_1} \times REL_{Y_2}}}$$

Ist z.B. die beobachtete Korrelation zwischen  $Y_1$  und  $Y_2$  gleich 0.36 und betragen die jeweiligen Reliabilitäten 0.75 und 0.54, so ergibt sich nach der obigen Formel als messfehler-bereinigte Korrelation ein Wert von 0.57.

Dabei können die Reliabilitätskoeffizienten nach verschiedenen Verfahren ermittelt werden. Zu den bekanntesten gehört die Test-Retest-Methode (Korrelationen zwischen verschiedenen Messzeitpunkten) und die Methode der internen Konsistenzberechnung (Cronbachs Alpha, a.a.O. Reliabilität).

Zu Letzterer wird hier ein Beispiel für eine Minderungskorrektur gegeben (aus Bedeian et al. 1997):

Es soll die minderungskorrigierte Korrelation zwischen  $F_1$  und  $F_2$  berechnet werden. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass nur die Messung von  $F_1$  risikant ist und dass deshalb  $F_1$  mit vier Indikatoren gemessen wurde ( $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ ). Der Faktor  $F_2$  kann zuverlässig (d.h. mit einer Reliabilität von 1.0) mit nur einem Indikator ( $Y_5$ ) gemessen werden.

Es muss also zunächst die Reliabilität der Messung von  $F_1$  ermittelt werden. Zwischen den vier Indikatoren von  $F_1$  ( $k=4$ ) bestehe (so die Annahme) eine durchschnittliche Korrelation von 0.40. Die Reliabilität (REL) berechnet sich dann nach:

$$REL = \frac{k \times r}{1 + (k - 1)r}$$

Nach dieser Formel ergibt sich für die Reliabilität (REL) der Messung von  $F_1$  ein Wert von:

$4 \times 0.40 / (1 + (4-1)0.40) = 0.727$ . Wenn nun die unkorrigierte durchschnittliche Korrelation zwischen den Indikatoren von  $F_1$  ( $Y_1$  bis  $Y_4$ ) und dem Indikator von  $F_2$  ( $Y_5$ ) einen Wert von 0.270 hat, nimmt nach der obigen Formel für  $r_{F_1, F_2}$  die fehlerkorrigierte Korrelation zwischen  $F_1$  und  $F_2$  nunmehr einen deutlich erhöhten Wert von 0.317 an:

$$r_{F_1, F_2} = \frac{r_{Y_{1,2,3,4} Y_5}}{\sqrt{REL_{Y_{1,2,3,4}} \times REL_{Y_5}}} = \frac{0.270}{\sqrt{0.727 \times 1}} = 0.317$$

Nach der klassischen Testtheorie kann die wahre Reliabilität als derjenige Anteil der Varianz in einem Indikator bestimmt werden, der ausschließlich durch Einflüsse des wahren Faktors, d.h. des Faktors, der dem Indikator zugrunde liegt, entsteht. Kann dadurch die gesamte Varianz erklärt werden, ist die Reliabilität gleich 1.00. Ansonsten gibt es immer einen Varianzanteil, der durch Fehlereinflüsse verursacht wird.

Dementsprechend wird in der SEM-Methodik die Differenz zwischen idealer Reliabilität von 1.0 und tatsächlicher Reliabilität als derjenige Varianzanteil eines Indikators verstanden, der von faktorforen Einflüssen herrührt. Sie wird dort deshalb auch als Fehlervarianz bezeichnet.<sup>5</sup>

In Ein-Gleichungsmodellen haben reduzierte Reliabilitäten bzw. existierende Messfehler je nach Modellstatus der davon betroffenen Variablen unterschiedliche Konsequenzen für die statistische Analyse.

Wird z.B. eine Regressionsanalyse durchgeführt, können Messfehler in der abhängigen Variablen (Y) die unstandardisierten Regressionskoeffizienten nicht verzerren, da der jeweilige Messfehler auch Bestandteil des Fehlerterms dieser Variablen wird und damit praktisch von der Residualkategorie absorbiert wird. Jedoch verzerren Messfehler die Schätzwerte der standardisierten Regressionsko-

5 Technisch betrachtet wird im SE-Modell die Varianz des Fehlers als freier Parameter geschätzt, jedoch die Kausalbeziehung von Fehler auf Indikator deterministisch auf einen Wert von 1.0 fixiert. Dadurch ist die geschätzte Varianz des Fehlers auch automatisch derjenige Varianzanteil des Indikators, der allein aufgrund von Fehlereinflüssen entsteht.

effizienten, da diese u.a. von der Standardabweichung von abhängiger und unabhängiger Variablen bestimmt werden.

Messfehler in unabhängigen Variablen ( $X$ ) können demgegenüber auch die unstandardisierten Schätzwerte von Regressionsanalysen extrem verzerren und es kann leicht gezeigt werden, dass in diesem Falle der geschätzte unstandardisierte Regressionskoeffizient ( $b$ ) ein Produkt aus wahren Parameter ( $\beta$ ) und reduzierter Reliabilität ( $REL_x$ ) ist (vgl. Wang et al. 1995: 321). Wird dementsprechend die Schätzung von  $\beta$  um die Höhe des aufgrund mangelnder Reliabilität bestehenden Messfehlers korrigiert, steigt der geschätzte Regressionskoeffizient in Abhängigkeit zum Ausmaß des Messfehlers an.

So zeigt Bollen in einem Anwendungsbeispiel, dass der bei einer Regressions-schätzung ohne Kontrolle von Messfehlern ermittelte Koeffizient von 0.107 auf einen Wert von 0.291 ansteigt, wenn die Schätzung hinsichtlich der beschränkten Reliabilität von 0.5 korrigiert wird (ders. 1989:164).

In multiplen Regressionsmodellen muss die oben gezeigte Abhängigkeit zwischen der Höhe des kontrollierten Messfehlers und dem Anstieg des geschätzten Regressionskoeffizienten nicht für jeden der spezifizierten Effekte gelten. Bei vorhandener Multikollinearität (a.a.O.) können die Schätzwerte zweiter und dritter Effekte ( $b_2, b_3$ ) bei Messfehlerkontrolle an  $b_1$  durchaus rückläufig sein, wenn die Schätzung dieser Effekte nicht auch gleichzeitig hinsichtlich bestehender Messfehler bereinigt wird ("... measurement error does not always attenuate regression coefficients. Coefficients from equations that ignore error in variables can be higher, lower, or even the same as the true coefficients." Bollen 1989: 165).

Mithin gilt: Bestehen die zu schätzenden Modelle aus mehreren Gleichungen (da mehr als nur ein abhängiger Faktor existiert), sind die oben skizzierten Effektdifferenzierungen nicht mehr gültig. Dann können u.U. auch nicht spezifizierte Messfehler der abhängigen Variablen die Parameterschätzungen ganz entscheidend verzerren. Z.B. konnte Rigdon (1994) bei einem Modell mit zwei unabhängigen und zwei abhängigen Faktoren beobachten, dass die Berücksichtigung von Messfehlern bei den Indikatoren der abhängigen Faktoren den Anteil erklärter Varianz von 0.44 auf 0.61 ansteigen ließ.

Obwohl also auch in diesem Beispiel eine Kontrolle der Messfehler die Höhe der geschätzten Regressionskoeffizienten und das Ausmaß der erklärten Varianzanteile vergrößerte, lässt sich daraus keine allgemein gültige Regelmäßigkeit ableiten. Denn mit zunehmender Komplexität von Strukturmodellen werden leider auch die möglichen Konsequenzen von messfehler-bereinigten Schätzungen zunehmend unvorhersehbar (vgl. Bollen 1989: 175).

Auf jeden Fall ist aber davor zu warnen, das Verfahren der Messfehlerkorrektur (bzw. die SEM-Analyse überhaupt) bei sehr schwachen Interkorrelationen zwischen den Indikatoren eines Faktors einzusetzen. In solchen Fällen führt die Messfehlerkorrektur dazu, dass die Parameter-Schätzwerte unrealistisch inflationiert werden. Bedeian et al. (1997) verdeutlichen dies an einem aufschlussreichen Beispiel:

In einem Modell beeinflusst der Faktor  $F_1$  (mit den Indikatoren  $Y_1, Y_2, Y_3$ ) den Faktor  $F_2$  (mit den Indikatoren  $Y_4, Y_5, Y_6$ ). Alle Mittelwerte von  $Y_k$  betragen 10, alle Standardabweichungen von  $Y_k$  betragen 2. Im Beispiel bleiben alle Korrelationen zwischen den Indikatoren  $Y_1$  bis  $Y_3$  konstant bei  $r=0.20$  und alle Faktorladungen von  $F_1$  betragen konstant 0.45. Variiert werden also nur die Interkorrelationen zwischen den Indikatoren  $Y_4$  bis  $Y_6$  des Faktors  $F_2$ .

Zunächst haben alle Korrelationen zwischen den Indikatoren von  $F_2$  einen Wert von 0.80. Und damit sind alle Faktorladungen bei  $F_2$  von der Größe 0.89. Daraus ergibt sich eine korrigierte Schätzung für die Stärke des Effektes ( $F_1 \rightarrow F_2$ ) von 0.50.

Reduzieren sich die Interkorrelationen zwischen den  $F_2$ -Indikatoren von ursprünglich 0.80 auf nunmehr 0.60, so bekommen alle Faktorladungen einen Wert von 0.77 und die Schätzung des Effekts ergibt nunmehr einen im Vergleich erhöhten Wert von 0.58.

Reduzieren sich die Interkorrelationen zwischen den Y-Indikatoren von  $F_2$  noch einmal und zwar auf nunmehr 0.40, so bekommen alle Faktorladungen einen Wert von 0.63 und die Schätzung des Effekts ergibt nunmehr einen nochmals deutlich erhöhten Wert von 0.73.

Reduzieren sich die Interkorrelationen zwischen den Y-Indikatoren von  $F_2$  noch einmal auf nunmehr 0.20, so bekommen alle Faktorladungen einen Wert von 0.45 und die Schätzung des Effektes ergibt nunmehr einen sehr stark erhöhten Wert von 1.00.

Das Beispiel macht deutlich, dass in der SEM-Analyse gilt: geringe Interkorrelationen zwischen den Indikatorvariablen eines Messmodells indizieren stets schlecht gemessene oder nicht zum entsprechenden Messmodell gehörige Indikatoren. Wenn "schlechte" Indikatoren im Modell belassen werden (aus welchen Gründen auch immer), können sie den Forscher durchaus mit stark inflationierten Parameterschätzwerten "belohnen". Deshalb sollten in der SEM-Analyse stets zwei Grundsätze bedacht werden:

- (1) Alle messfehlerkorrigierten Schätzwerte von SEM-Parametern sind immer hypothetisch, d.h. modellspezifisch.

- (2) Bevor in einer SEM-Analyse die Messmodelle geschätzt werden, sollten die Interkorrelationen zwischen den dafür vorgesehenen Indikatoren inspiziert werden (u.U. auch in der Weise, dass die klassischen Reliabilitäten der betreffenden Indikatoren berechnet werden, z.B. mit Cronbachs Alpha).

Im obigen Beispiel konnte gezeigt werden: Je kleiner die Interkorrelationen zwischen den Indikatoren sind, umso größer wird die Fehlerkorrektur und umso stärker werden die Parameterschätzungen inflationiert.

Skrupellose Modellbauer können also in der SEM-Analyse für schlechte Messungen mit hohen Schätzwerten belohnt werden.

Das Zahlenbeispiel kann aber auch zeigen: Je kleiner die Interkorrelationen zwischen den Indikatoren, desto geringer sind die Faktorladungen. Einer drohenden Inflation von Schätzwerten kann daher auch durch Anforderungen an die Mindesthöhe von Faktorladungen und damit an die "interne Validität" (a.a.O.) von latenten Konstrukten begegnet werden:

Nach einer gängigen Mindestanforderung sollten standardisierte Faktorladungen einen größeren Wert als  $|0.5|$  aufweisen. Damit hätte im obigen Beispiel die Inflation des Schätzwertes auf 1.00 verhindert werden können, denn nach dieser Daumenregel wären auch Faktorladungen von 0.45 als zu gering eingestuft worden und die Messung des latenten Konstrukts wäre aufgrund fehlender interner Validität abgelehnt worden.

Aber auch standardisierte Faktorladungen, die nur knapp über 0.5 liegen, können den Modellbauer mit deutlich überhöhten Schätzwerten belohnen. So finden sich in der Literatur z.T. auch restriktivere Daumenregeln, nach denen alle Faktorladungen größer als  $|0.7|$  sein sollten.<sup>6</sup>

Deshalb ist in der SEM-Analyse das Folgende zu beachten: Wenn ein einzelner Indikator eines Faktors nur niedrig mit den übrigen Faktorindikatoren korreliert und daher auch eine recht niedrige Faktorladung aufweist (z.B. im Bereich von 0.5), und wenn dieser Indikator inhaltlich wichtig zur Operationalisierung des Faktors ist und somit nicht aus dem Modell herausgenommen werden kann, so muss die Stabilität der SEM-Schätzung zusätzlich dadurch geprüft werden, dass die SEM-Analyse in doppelter Weise durchgeführt wird (einmal mit und einmal ohne diesen Indikator), sodass die Ergebnisse beider Schätzungen miteinander verglichen werden können.

Ergänzend soll hier auch noch einmal auf den Zusammenhang zwischen Messfehler-Bereinigung und Multikollinearität (a.a.O.) hingewiesen werden.

---

6 Zur Begründung dieser Grenzwerte von  $|0.5|$  und  $|0.7|$  wird in der SEM-Literatur angeführt, dass mindestens 25% bzw. mindestens 50% der Indikatorvarianz durch Faktoreffekte ausgeschöpft werden sollte: [ausgeschöpfte Indikatorvarianz = (standardisierte Faktorladung)<sup>2</sup>]

Wenn es sich bei den latenten Variablen um exogene Variablen handelt und wenn zwischen diesen bereits relativ hohe Korrelationen bestehen, so können nach einer Messfehlerkorrektur die Interkorrelationen u.U. auf nicht mehr zu akzeptierende Werte ansteigen.

In einem Beispiel mit vier exogenen Variablen, die für eine Pfadanalyse zunächst als additive Indizes konstruiert wurden, und die in einer zweiten Analyse (die als SEM-Analyse durchgeführt wurde) in Form von fehlerkorrigierten Mehr-Indikatoren-Messmodellen (a.a.O.) gebildet wurden, stiegen die Multikollinearitäten von ursprünglich 0.42 bzw. 0.45 (in der traditionellen Pfadanalyse) auf Werte von nunmehr 0.96 bzw. 0.94 an (vgl. Grapentine 2000). Als Folge können andere geschätzte Parameterwerte sehr instabil oder auch extrem verzerrt sein. Und auch die Standardfehler können in diesem Fall u.U. sehr groß werden und dadurch ansonsten durchaus mögliche Signifikanzen (a.a.O.) verhindern.

Deshalb sollten Modelle mit exogenen Faktoren, die nach der Modellschätzung sehr hohe Interkorrelationen aufweisen (oberhalb von |0.9|), modifiziert und neu geschätzt werden.

## 2 SEM-Grundlagen

### 2.1 Welche Eigenschaften müssen alle SE-Modelle aufweisen?

Bei allen SEM-Analysen, wie reduziert oder komplex sie auch immer sein mögen, sind einige methodische Regeln zu beachten. Dazu gehören insbesondere die folgenden methodischen Grundregeln:

Jedes SE-Modell, das zumindest einen latenten Faktor und eine Verknüpfung dieses Faktors mit einem weiteren Faktor oder einer weiteren manifesten Variablen aufweist (vgl. dazu das in Abb. 2.1 dargestellte Modell), besteht aus einem Strukturmodell (a.a.O., auch “Strukturteil” genannt) und einem oder mehreren Messmodellen (a.a.O.). Die Messmodelle beschreiben die Operationalisierungen der latenten Faktoren, während das Strukturmodell die Beziehungen zwischen mehreren Faktoren und/oder selbstständigen manifesten Variablen beschreibt. Gemeinsam betrachtet ergeben Strukturmodell und Messmodell(e) das Gesamtmodell der SEM-Analyse.

Jedes SE-Modell wird durch eine bestimmte Anzahl von “Modellparametern” charakterisiert. Die Modellparameter werden entweder mittels SEM-Schätzverfahren (a.a.O.) statistisch ermittelt, oder sie werden in der SEM-Analyse durch Vorgabe bestimmter Werte fest fixiert. Als frei zu schätzende oder als willkürlich zu fixierende Modellparameter können die folgenden statistischen Größen analysiert werden:

(vgl. dazu auch Abb. 2.1, in der die frei zu schätzenden Parameter mit Sternchen markiert sind):

- (-) die Varianzen von allen unabhängigen Variablen (z.B. in Abb. 2.1 von Faktor F1), wozu auch die Residuen im Struktur- und im Messmodell gehören (in Abb. 2.1 die Residuen D2 und E1 bis E8) (zur Unterscheidung dieser beiden Residualvariablen s.u.),
- (-) alle Kovarianzen zwischen den unabhängigen Variablen (auch zwischen unabhängigen Faktoren und/oder zwischen Residuen) (z.B. in Abb. 2.1 evtl. bestehende Kovarianzen zwischen den Residuen E1 bis E8, die aber in der Abbildung nicht eingezeichnet wurden, weil es in diesem Modell keine Residuen-Kovarianzen geben soll und diese deshalb auf null gesetzt wurden),

- (-) alle Faktorladungen (in Abb. 2.1 die nicht auf "1" fixierten Ladungen der Pfade von F1 auf Y1 bis Y4 und von F2 auf Y5 bis Y8),
- (-) alle strukturellen Pfade (zwischen beobachteten und/oder latenten Variablen) (z.B. in Abb. 2.1 der Pfad von F1 auf F2).

Die Varianzen der abhängigen Variablen (z.B. in Abb. 2.1 die Varianz von Faktor F2) und die Kovarianzen zwischen abhängigen Variablen (z.B. in Abb. 2.1 die Kovarianzen zwischen den Indikatoren Y1 bis Y8) sind niemals frei zu schätzende Parameter, denn sie werden durch die Einflüsse von anderen Variablen (und damit von anderen Parametern) bestimmt.

Zu den abhängigen Variablen zählen im SE-Modell auch die als abhängige Variablen spezifizierten latenten Faktoren im Strukturmodell (in Abb. 2.1 der Faktor F2) sowie die manifesten Indikatoren in den Messmodellen, die von den latenten Konstrukten kausal bestimmt werden (in Abb. 2.1 die Indikatoren Y1 bis Y8).

Wird demnach ein latenter Faktor als abhängige Variable modelliert (in Abb. 2.1 der Faktor F2), so ist die Varianz dieses abhängigen Faktors kein Modellparameter, da seine Varianz durch die unabhängigen Variablen/Faktoren bestimmt wird. Stattdessen ist der Anteil nicht ausgeschöpfter Faktorvarianz über eine Residualvariable als Parameter zu bestimmen (in Abb.2.1 durch die Residualvariable D2). Eine solche Residualvariable *im Strukturmodell* wird häufig auch als "Disturbance"(D)-Variable bezeichnet (in Abb. 2.1 die Residualvariable D2).

Reflektive Indikatoren (a.a.O.) (in Abb. 2.1 die Indikatoren Y1 bis Y8) werden als abhängige Variablen modelliert, die von einem (oder mehreren) latenten Konstrukt(en) bestimmt werden, sodass die Varianzen dieser Indikatoren ebenfalls keine zu schätzenden Parameter sind (zumal diese Varianzen aus den Daten bereits bekannt sind und als Grundlage der Modellschätzung dienen). Stattdessen werden die Varianzen der Residualvariablen (in Abb. 2.1 die Residualvariablen D2 und Y1 bis Y8) frei geschätzt. Die Residuen der manifesten Indikatoren im *Messmodell* werden häufig auch als "Messfehler"(E) bezeichnet (in Abb. 2.1 die Messfehler E1 bis E8). Sie sind unabhängig von den latenten Faktoren.

Zur Modellschätzung muss für jede latente Modellvariable (bzw. für jeden Faktor, in Abb. 2.1 für F1 und F2) eine Fixierung vorgenommen werden. Ansonsten könnten die damit verbundenen Modellparameter nicht geschätzt werden, denn die entsprechende latente Variable (Konstrukt, Faktor) wäre dann nicht "identifiziert" (a.a.O.: Identifikation). Zur Identifikation kann entweder die Varianz der latenten Variablen oder ein Pfad, der von dem Faktor auf einen seiner Indikatoren führt (Faktorladung), auf einen Wert von 1.00 fixiert werden (allerdings ist die Fixierung der Varianz von abhängigen latenten Variablen nicht möglich, da deren Varianz ja "erklärt" werden soll). Mehr dazu in Kap. 4.1.1.

In Abbildung 2.1 wird ein einfaches SE-Kausalmodell mit zwei latenten Faktoren (F1 und F2) dargestellt. Mit dem Sternchen-Symbol (\*) werden darin die frei zu schätzenden Modellparameter markiert. Der Faktor F1 ist im Beispielmmodell eine unabhängige Variable, welche die abhängige Variable F2 bestimmt. Entsprechend ist die Varianz von F1 frei zu schätzen, während die Varianz von F2 durch den Effekt von F1 “erklärt” werden soll und mithin nicht frei zu schätzen ist. Zusätzlich wird die Varianz von F2 noch durch die Residualvarianz von D2 (Disturbance-Variable) bestimmt. Diese frei zu schätzende Varianz ist im Modell diejenige Varianz von F2, die nicht durch den Effekt von F1 gebunden werden kann. Beide Faktoren werden im Beispiel jeweils mittels vier abhängiger Indikatoren operationalisiert (F1 mit Y1 bis Y4 und F2 mit Y5 bis Y8). Die Varianzen der zugehörigen Messfehler (E1 bis E8) sind freie, d.h. zu schätzende Modellparameter. In jedem Messmodell (im Messmodell von F1 und im Messmodell von F2) wird, wie oben erwähnt, zu Identifikationszwecken (a.a.O.) jeweils eine unstandardisierte Faktorladung auf 1.00 fixiert, während die übrigen Faktorladungen frei zu schätzen sind.

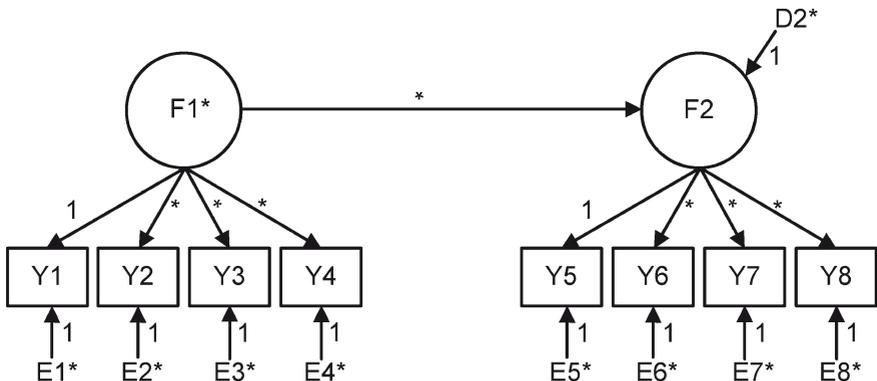


Abbildung 2.1: Beispiel eines SE-Modell mit zwei latenten Faktoren

In jeder SEM-Analyse werden die freien Parameter durch eines von mehreren möglichen Schätzverfahren geschätzt (z.B. durch ein Maximum-Likelihood-Verfahren, a.a.O.). Aufgrund dieser Schätzung sollen die Werte der empirisch beobachteten Kovarianzmatrix aller manifesten Modellvariablen (Matrix S) möglichst genau mit den geschätzten Modellparametern (Matrix  $\Sigma$ ) reproduziert werden können.

Dies ist auch durch Anwendung von vier Gesetzen der Varianz- und Kovarianzbildung ohne Schwierigkeiten zu überprüfen (vgl. dazu z.B. Raykov/Marcoulides 2000: 20-24). So ergibt sich z.B. die Kovarianz zwischen zwei Indikatoren, die beide zum gleichen Faktor gehören, als Produkt ihrer Faktorladungen, die als Parameter geschätzt werden:  $\text{Cov}(Y_1, Y_2) = \lambda_1 \lambda_2$ .<sup>1</sup> Eine derart ermittelte Kovarianz, die ja aus den Parameterschätzwerten ermittelt wird, kann dann mit der empirisch ermittelten Kovarianz verglichen werden. Unterscheiden sich beide Kovarianzen nicht wesentlich voneinander, kann von einer erfolgreichen Schätzung ausgegangen werden (mehr dazu in den folgenden Kapiteln).

## 2.2 Wie können SE-Modelle konstruiert werden?

### 2.2.1 Fünf Verfahren der Modellbildung

Insgesamt können fünf verschiedene Strategien zur Modellbildung und -schätzung in der SEM-Analyse unterschieden werden (nach Bollen 2000). Dazu wurde auch im Jahrgang 2000 der Zeitschrift "Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal" eine ausführliche Diskussion geführt (vgl. Bentler 2000; Hayduk/Glaser 2000; Herting/Costner 2000; Mulaik/Millsap 2000). Diese fünf Strategien werden nachfolgend kurz erläutert:

#### (1) die "four-step"-Strategie (nach Mulaik/Millsap 2000)

Die Vier-Stufen-Strategie ermittelt, ob die Ursachen für empirisch fehlgeschlagene SE-Modellierungen auf der Ebene der Messmodelle oder aber auf der Ebene des Strukturmodells, d.h. der Ebene der strukturellen Kausalbeziehungen, zu finden sind. Dabei ist es nicht das Ziel dieser Strategie, die korrekte Anzahl der Faktoren eines Modells zu ermitteln. Vielmehr will die Strategie testen, ob verschiedene Constraints<sup>2</sup> zu einer Verbesserung oder Verschlechterung des Modell-

1 Dies wird in Kap. 2.5 noch ausführlicher erläutert. Die hier berichtete Rechenregel gilt nur für den Fall einer auf "1.0" fixierten Faktorvarianz. Bei einer frei geschätzten Faktorvarianz gilt:  $\text{Cov}(Y_1, Y_2) = \lambda_1 \lambda_2 \times \text{Var}(\text{Faktor})$ .

2 "Constraints" sind Fixierungen von Modellparametern. Dies können z.B. Gleichheits-Constraints sein, die festlegen, dass verschiedene Parameter mit den gleichen Werten zu schätzen sind (u.a. in Multigruppenanalysen, a.a.O.). Dies können aber auch Fixierungen einzelner Parameter auf bestimmte Werte sein. So bedeutet z.B. eine Fixierung auf den Wert 0, dass der entsprechende Parameter aus der Schätzung ausgeschlossen wird.

fits (a.a.O.: Anpassungsgüte) beitragen können. Folgende vier Stufen müssen in dieser Strategie durchlaufen werden:

Stufe 1 (exploratory factor analysis, oder: the unrestricted model): Auf der ersten Stufe der Strategie ist eine Kombination aus exploratorischer Faktorenanalyse (EFA) und konfirmatorischer Faktorenanalyse (CFA) durchzuführen, um die Anzahl von Faktoren zu ermitteln, die in einem Pfadmodell/ Strukturmodell benutzt werden sollten. Begonnen wird mit einem Modell, das so viele Konstrukte enthält, wie das Strukturmodell aufgrund theoretischer Annahmen aufweisen soll. Zwischen allen Konstrukten müssen Korrelationen spezifiziert werden. Jeder Indikator sollte von jedem Konstrukt bestimmt werden können, d.h. in der Schätzung werden für jeden Indikator alle möglichen Faktoreffekte, die von allen Faktoren ausgehen, berechnet.

Stufe 2 (confirmatory factor analysis, oder: the measurement model): Gegen das Modell der ersten Stufe wird ein Step-2-Modell getestet, bei dem jeder Indikator nur von dem Konstrukt bestimmt wird, das dafür auch vorgesehen ist. Im Unterschied zum Step-1-Modell können hier auch Null-Faktorladungen spezifiziert werden.

Stufe 3 (structural equation model with unmeasured variables): Gegen das Step-2-Modell wird das Step-3-Modell (auch Basismodell genannt) getestet, bei dem die Faktorkorrelationen durch gerichtete Effekte ersetzt werden. Auch Null-Pfade können zwischen Faktoren spezifiziert werden.

Stufe 4 (a more constrained model, oder: tests of prespecified hypotheses about parameters freed): Auf dieser Stufe werden im Modell bestimmte Parameter auf bestimmte Werte fixiert und das Modell damit getestet. Somit wird jetzt das Step-3-Modell dahingehend modifiziert, dass überprüft wird, ob bestimmte Parameter unnötig sind, untereinander gleich sind, oder sich signifikant von festgelegten Werten unterscheiden.

Generell werden in dieser Strategie mindestens Vier-Indikatoren-Messmodelle angestrebt (a.a.O.: Messmodelle). Ziel ist es, die latenten Variablen zu überdeterminieren, damit Tests durchgeführt werden können um zu ermitteln, mit welchen drei Indikatoren (die aus den vier zur Verfügung stehenden Indikatoren ausgewählt werden) der beste Modellfit (a.a.O.) zu erreichen ist (denn vier positiv korrelierte Indikatoren müssen nicht in jedem Fall einen einzigen gemeinsamen Faktor haben). Sind weniger als vier Indikatoren gegeben, sollte dennoch mit der Vier-Stufen-Strategie gearbeitet werden und mit demjenigen Modell begonnen werden, das am wenigsten restriktiv spezifiziert ist.

Mögliche Kritikpunkte an der Vier-Stufen-Strategie sind: