Hans-Joachim Vollrath

Verborgene Ideen

Historische mathematische Instrumente

Springer Spektrum

Verborgene Ideen

Hans-Joachim Vollrath

Verborgene Ideen

Historische mathematische Instrumente

Springer Spektrum

Prof. Dr. Hans-Joachim Vollrath
Universität Würzburg
Deutschland
vollrath@mathematik.uni-wuerzburg.de

ISBN 978-3-658-01429-2 ISBN 978-3-658-01430-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-01430-8

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Planung und Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Barbara Gerlach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-spektrum.de

Inhaltsverzeichnis

Einleitung **3**
1 Instrumente zum Zeichnen **9**
1.1 Lineale 11
1.2 Zirkel 20
1.3 Kurvenzirkel 31
1.4 Pantographen 40
2 Instrumente zum Messen **45**
2.1 Längenmesser 45
2.2 Inhaltsmesser 56
2.3 Winkelmesser 67
2.4 Winkelmessung im Freien 79
3 Instrumente zum Rechnen **93**
3.1 Analogrechner 93
3.2 Handgefertigte Digitalrechner 108
3.3 Industriell gefertigte Digitalrechner 129
3.4 Ausklang 145
Literatur **147**
Internetadressen 151
Abbildungen 152
Index **153**

Einleitung

Zählen, Rechnen, Messen und Konstruieren: Das sind die Wurzeln, aus denen die *Mathematik* erwachsen ist. Zwar spielt sich das Wesentliche dabei im Denken des Menschen ab, doch im praktischen Vollzug wird in Fachausdrücken gesprochen und geschrieben, mit Instrumenten gemessen und mit Werkzeugen gezeichnet. So hat die Mathematik eine *theoretische* und eine *praktische* Seite.

Früher brachten Titelbilder mathematischer Bücher das Wesentliche eines Werkes zum Ausdruck. Diese zwei Seiten der Mathematik finden sich auch recht eindrucksvoll in den beiden folgenden Titelbildern.

Abb. 1 Titelbild aus: Abel Bürja, *Der selbstlernende Algebrist*, Berlin 1786

Der Berliner Mathematiker Abel Bürja (1752–1816) stellte 1786 am Anfang eines Lehrbuchs zur Algebra die *theoretische* Seite dar (Abb. 1). Inmitten stürmischen Wetters in einer unwirtlichen Gegend befasst sich, unbeeindruckt von dem, was um ihn herum vorgeht, ein alter Mann offensichtlich mit einem mathematischen Problem. Er notiert unbeirrt seine Gedanken, hebt plötzlich die Linke, und wir hören ihn förmlich rufen: „Ich hab's!"

Der Zeichner hat eindrucksvoll dargestellt, dass der Mann gerade eine Erleuchtung hat. Damals glaubte man noch, dass Derartiges „von oben" kommt. (Woher Einfälle und Ideen kommen, ist im Grunde auch heute noch rätselhaft.) Die Botschaft dieses Bildes ist: Mathematik ist Problemlösen!

Eher spielerisch wirkt dagegen die Darstellung der *praktischen* Seite der Mathematik, die der Pariser Instrumentenbauer Nicolas Bion (1652–1733) seinem erstmals 1709 erschienenen Buch über mathematische Instrumente voranstellte (Abb. 2). Er behandelte dort Geräte, die in verschiedenen Gebieten der Angewandten Mathematik benötigt wurden: in Handwerk, Baukunst (Architektur), Landvermessung (Geodäsie), Erdkunde (Geographie), Seefahrt (Nautik) und Himmelskunde (Astronomie).

Abb. 2 Titelbild aus: Nicolas Bion, *Traité de la construction et des principaux usages des instrumens de mathématique,* Paris 1752

Eine Frau ist mit einer Konstruktion beschäftigt. Sie sitzt in einem Gebäude und ist von Kindern umgeben, die ihr zur Hand gehen. In der Gegend liegt allerlei Werkzeug verstreut, und in der Ferne blickt ein Mann durchs Fernrohr. Ein Kind zeigt der Frau ein Instrument und unwillkürlich hören wir es fragen: „Brauchst du das?“

Aber was für Instrumente liegen dort herum? Nur Kenner werden sie wohl alle noch benennen können. Immerhin dürfte jeder wissen, dass die Frau einen Zirkel in der Hand hält. Die anderen dagegen geben eher Rätsel auf. Alle diese Instrumente sind Werkzeuge des Menschen, mit denen er seine natürlichen Grenzen überschreiten kann. Mit einem Lineal wird eine Gerade wirklich gerade, mit dem Zirkel kann er einen Kreis zeichnen, der tatsächlich vollkommen rund ist. Mit dem Fernrohr kann er weit entfernte Dinge erkennen, die er mit bloßem Auge gar nicht mehr wahrnehmen würde, und mit einer Lupe erkennt er kleine Dinge, die für ihn unsichtbar sind.

Sehen wir ein uns unbekanntes Instrument, so fragen wir: Was für ein Instrument ist das? Was macht man damit? Wie geht man mit ihm um? Oder vielleicht noch anspruchsvoller: Warum funktioniert es? Welche *Idee* liegt ihm zugrunde?

Hier lohnt es sich, einen Moment innezuhalten. Wenn ich in diesem Zusammenhang von Ideen spreche, dann sehe ich dies im Kontext des Problemlösens. Damit sind Einfälle, Gedanken und Vorstellungen gemeint, wie die Lösung aussehen könnte. Und am fertigen Instrument lässt die Art der Lösung dann meist auch die zugrunde liegenden Ideen erkennen.

Mathematische Instrumente lösen mathematische Probleme auf praktische Weise. (Für die Griechen bedeutete *praxis* „Tat“.) Man muss bei ihnen also einerseits mit *mathematischen*, andererseits auch mit *technischen* Ideen rechnen. Beide sind meist eng miteinander verbunden. Und beide sollten nicht zu eng gesehen werden. So enthalten mathematische Ideen durchaus physikalische Vorstellungen wie z. B. Bewegungen. Technische Ideen wiederum können durchaus handwerkliche Einfälle umfassen wie z. B. bestimmte Mechanismen zur Übertragung von Kräften. Für die Griechen bedeutete *mathesis* „Wissenschaft“ und *techne* „Kunst“. Etwas von dieser größeren Offenheit der Begriffe „Mathematik“ und „Technik“ bestimmt auch unsere Betrachtungen der mathematischen Instrumente.

Die im Titelblatt des *Traité* dargestellten Instrumente stammen aus dem 18. Jahrhundert. Sie geben uns Rätsel auf, weil wir den meisten von ihnen noch nie begegnet sind. Wir können sie real nur noch in Museen finden. Als *Träger von Ideen* sind sie Teil unserer Kultur und damit wert, dass man sich ihrer erinnert und sie bewusst wahrnimmt.

So kann man viele Anregungen aus den Sammlungen in Museen gewinnen. Besonders hervorzuheben sind für Deutschland die berühmten Sammlungen im *Arithmeum* in Bonn [Arithmeum 1999], im *Astronomisch-Physikalischen Kabinett* in Kassel [Astronomisch-Physikalisches Kabinett 1991], im *Deutschen Museum* in München [Deutsches Museum 1990] und im *Mathematisch-Physikalischen Salo*n in Dresden [Mathematisch-Physikalischer Salon 1994]. Aber auch in anderen Museen lassen sich vereinzelt interessante mathematische Instrumente entdecken z. B. im *Germanischen Nationalmuseum* in Nürnberg [Willers 1978], im *Hessischen Landesmuseum* in

Darmstadt [Krause 1965], im *Mainfränkischen Museum* in Würzburg [Wagner 1997] oder im *Kulturhistorischen Museum* in Stralsund [Hamel 2011].

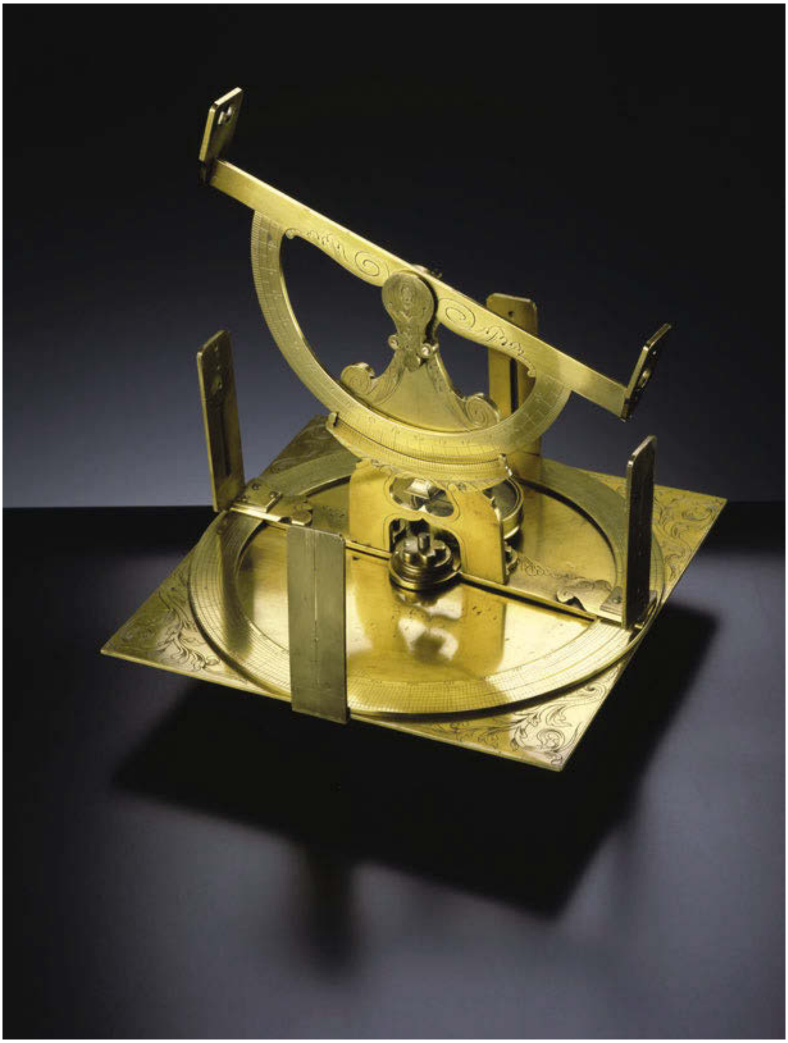

Abb. 3 Theodolit; Hersteller unbekannt, um 1700; Staatliche Kunstsammlungen Dresden, Mathematisch-Physikalischer Salon, Fotograf: Jürgen Karpinski, Dresden

Die Instrumente sind geschaffen worden, um praktische Probleme zu lösen. Deshalb bemühe ich mich darum, bei diesen Problemen anzusetzen. Fast alle diese Probleme sind uns noch heute als Aufgaben bekannt, und die meisten von ihnen können mit Hilfe des Computers einfach und sehr genau gelöst werden. Man bekommt da fast Mitleid mit den Alten. Aber muss es nicht auch ein faszinierendes Erlebnis gewesen sein, durch den eindrucksvollen Theodoliten von Abb. 3 einen Winkel im Gelände zu messen oder mit der herrlichen Rechenmaschine von Abb. 4 eine Berechnung durchzuführen?

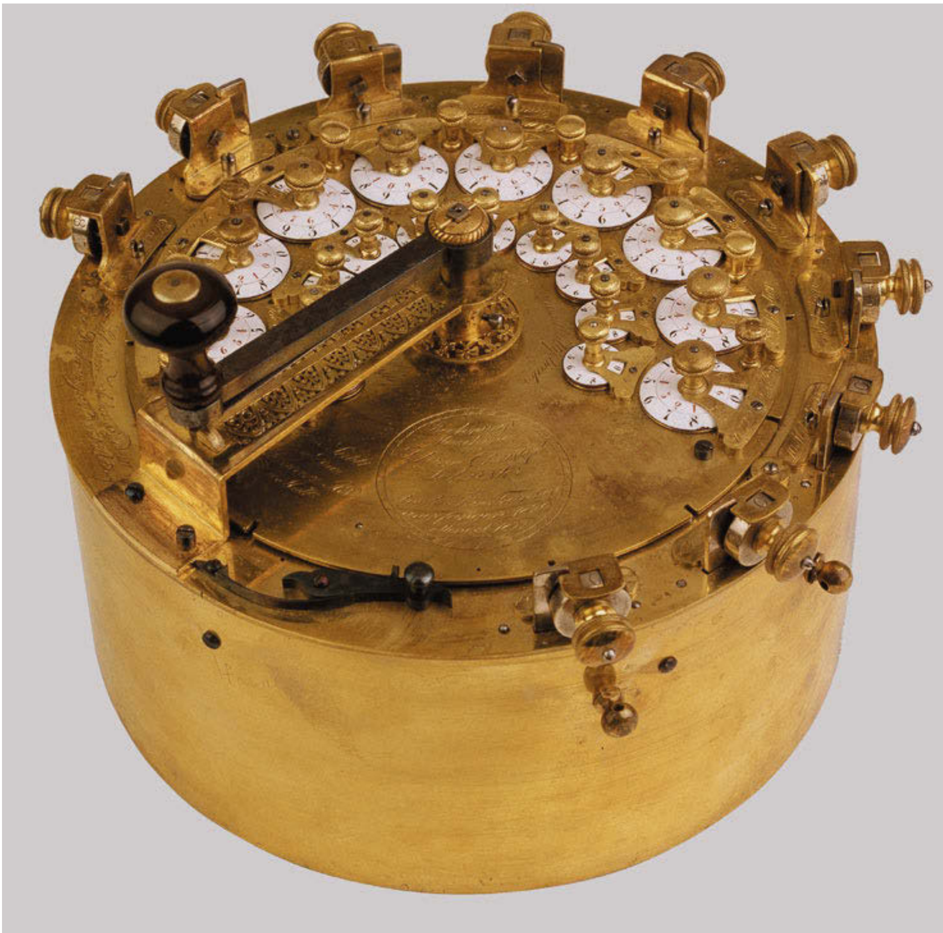

Abb. 4 Rechenmaschine von Johann Christoph Schuster, 1820/22; Foto: Arithmeum, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn

Historische mathematische Instrumente wie alte Zirkel und Rechenschieber finden sich aber häufig auch noch bei Eltern, Großeltern, älteren Verwandten und Freunden. Wie schön, wenn man ihre Geschichten dazu hören und die Instrumente dann sogar selbst mal in die Hand nehmen kann!

Dieses Buch handelt von *verborgenen* Ideen. Damit sind einerseits Ideen gemeint, die in weitgehend „vergessenen" Instrumenten schlummern. Doch auch bei den uns bekannten Instrumenten sind uns unter Umständen ihre Ideen verborgen. Das kann bei einfach gebauten Instrumenten, wie z. B. einem Storchschnabel oder einem Zählwerk, daran liegen, dass einem die entsprechenden mathematischen oder technischen Sachverhalte unbekannt sind. Bei kompliziert gebauten Maschinen, wie z. B. einer mechanischen Rechenmaschine, hatte man nie die Chance, ins Innere zu schauen. Und selbst wenn man das gekonnt hätte, hätte man „den Wald vor lauter Bäumen nicht gesehen." Doch auch diesen komplizierten Mechanismen liegen verstehbare Ideen zugrunde. Mit dem Blick auf das aus meiner Sicht Wesentliche können zugleich grundlegende mathematische und technische Einsichten vermittelt werden. Bei dieser Betrachtung wird auch manches interessante Detail sichtbar werden. Für Einzelheiten muss aber auf mathematikhistorische Spezialdarstellungen verwiesen werden.

Dieses Buch handelt von *historischen* mathematischen Instrumenten. Dabei gehen wir etwa 500 Jahre zurück und nähern uns der Gegenwart bis auf etwa 50 Jahre. Vielfach lässt sich darauf verweisen, dass es wesentlich ältere Vorläufer der besprochenen Instrumente gab. Wo es möglich ist, habe ich bei den Instrumenten begonnen, die die folgende Entwicklung besonders geprägt haben. Bei einigen gab es Prioritätsstreitigkeiten, für die ich mich jedoch nicht interessiere. Und ich erwähne nachfolgende Instrumente oft nur am Rande. Meist bringe ich in Abbildungen Bilder aus historischen Büchern oder exemplarisch Fotos typischer Vertreter. Wenn es möglich war, habe ich dabei Maschinen aus der Sammlung historischer mathematischer Instrumente des Instituts für Mathematik der Julius-Maximilians-Universität Würzburg gewählt. Diese Sammlung ist seit den 1980er Jahren aus didaktischem Interesse entstanden, um den *Studierenden* wesentliche Probleme der instrumentellen Mathematik und die den Geräten zugrunde liegenden mathematischen und technischen Ideen nahezubringen. Insbesondere sollen die Studierenden für die *Lehrämter* Anregungen für ihren eigenen Unterricht gewinnen. Viele Instrumente der Sammlung sind deshalb auch in konkrete Unterrichtsvorschläge eingeflossen, die wir in Würzburg zusammen mit Studierenden entwickelt haben [z. B. Vollrath 1999, 2002, 2004, 2005, Weigand 2005, Weth 2005].

Meine Arbeiten an diesem Buch hat Herr Prof. Dr. Hans-Georg Weigand in jeder Hinsicht unterstützt. Die Otto-Volk-Stiftung hat sie gefördert. Ermutigungen und Verbesserungsvorschläge verdanke ich Herrn Prof. Erhard Anthes, Herrn Prof. Dr. Joachim Fischer, Frau Dr. Ingrid Hupp, Herrn Prof. Dr. Matthias Ludwig, Herrn Prof. Dr. Thomas Weth und Herrn Gerhard G. Wagner. Mit Wohlwollen hat meine Familie, einschließlich meiner Enkelkinder Ben, Clara, Emma und Leon, das Projekt begleitet und in unterschiedlicher Weise dazu beigetragen. Frau Ulrike Schmickler-Hirzebruch hat schließlich für die Realisierung des Projekts im Verlag gesorgt. Ihnen allen danke ich dafür sehr herzlich.

1 Instrumente zum Zeichnen

Die menschlichen Vorstellungen über die grundlegenden geometrischen Objekte Punkte, Geraden, Strecken, Winkel, Kreise, Linien, Flächen und Körper sowie deren Beziehungen zueinander, wie z. B. sich schneiden, senkrecht oder parallel zueinander sein, erwachsen aus Wahrnehmungen an konkreten Objekten der Natur, der Technik oder der Kunst.

Und in allen Kulturen haben die Menschen das Bedürfnis, derartige Objekte zu *zeichnen*. Das kann freihändig geschehen. Häufig benutzt der Mensch jedoch Hilfsmittel zum genaueren Zeichnen. Bei Geraden denken wir natürlich sofort an das Lineal und bei Kreisen an den Zirkel. Diese beiden Instrumente sind uns so vertraut, dass es sich kaum zu lohnen scheint, gründlicher über sie nachzudenken. Das ist aber z. B. anders bei Instrumenten zum Zeichnen von Parallelen, von Senkrechten oder von Ellipsen.

Und doch fange ich mit dem Vertrauten an, denn es erscheint mir gerade hier besonders reizvoll, etwas genauer hinzuschauen und nachzudenken, um so vielleicht Neues zu entdecken. Ich hoffe, dass es eine spannende Suche wird, die uns vielleicht mit Faust sagen lässt: „Das also war des Pudels Kern!"

Einen schier unerschöpflichen Vorrat *mathematischer* Ideen lieferten bereits die griechischen Mathematiker Euklid (um 300 v. Chr.) und Archimedes (um 287–212 v. Chr.) mit ihren umfangreichen und tiefsinnigen mathematischen Werken, mit denen sie für Jahrhunderte die Maßstäbe in der Mathematik setzten. Und wir werden bei unseren Betrachtungen immer wieder auf sie stoßen.

Auch zu ihrer Zeit gab es bereits mathematische Instrumente für praktisch zu lösende Aufgaben. Die Berichte darüber sind jedoch spärlich, denn die griechischen Mathematiker waren an den praktischen Anwendungen der Mathematik aus philosophischen Gründen nicht interessiert.

Mit mathematischen Instrumenten hantierten damals z. B. Architekten, Astronomen und Landvermesser. Und auch in der Neuzeit waren es vielfach Rechenmeister, Baumeister, Landvermesser, Geographen, Astronomen und Seeleute, die neue *technische* Ideen entwickelten und in ihren Lehrbüchern Hinweise auf brauchbare Instrumente und deren Verwendung zur Lösung praktischer Probleme gaben. So beschreibt z. B. der Ulmer Rechenmeister Johann Faulhaber (1580–1635) ausführlich einen Proportionalzirkel, seine Herstellung und Anwendung sowie ein Instrument zur Herstellung perspektivischer Zeichnungen (Abb. 1.1).

Zugleich spezialisierten sich Handwerker auf die Herstellung mathematischer Instrumente. Waren es zunächst Zirkelschmiede (Abb. 1.2), so wurden es zunehmend Instrumentenbauer und Mechaniker, die *technische* Ideen entfalteten. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts ergriff dann die Industrialisierung auch diese Bereiche, vor allem in der Herstellung von Reißzeugen, Messinstrumenten und Rechenmaschinen.

H.-J. Vollrath, *Verborgene Ideen*,
DOI 10.1007/978-3-658-01430-8_1, © Springer Fachmedien Wiesbaden 2013

Abb. 1.1 Titelblatt aus: Johann Faulhaber, *Newe Geometrische vnd Perspectiuische Inuentiones*, Frankfurt 1610

Für die historische Entwicklung der Zeicheninstrumente sei auf [Hambly 1988] verwiesen. Über die Geschichte des Technischen Zeichnens berichtet [Feldhaus 1953]. Eindrucksvolle Beispiele historischer Zeichengeräte zeigen [Avery 2010 und Schillinger 1990].

Abb. 1.2 Nürnberger Zirkelschmied, aus: Jost Amman, *Ständebuch*, Frankfurt 1568

1.1 Lineale

1.1.1 Ideen zum Zeichnen einer Geraden im Gelände

Zum Zeichnen einer geraden Linie im Garten kann man z. B. eine Schnur stramm zwischen zwei Pflöcken spannen und dann entlang dieser „Richtschnur" eine Linie zeichnen.

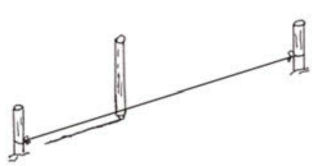

Abb. 1.3 Zeichnen einer Geraden im Garten

Das beruht auf der mathematischen Erkenntnis:

Die Gerade ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten einer Ebene.

Dies ist eine charakteristische Eigenschaft der Geraden, die als *mathematische* Idee dem Verfahren zugrunde liegt.

Zugleich ist sie mit einer *technischen* Idee verbunden, die sich auf die praktische Realisierung bezieht. Hier geht es darum, durch Spannen einer Schnur eine „Hilfslinie" zu gewinnen, an der man sich beim „Zeichnen" orientieren kann. Dazu gehört auch die Wahl von geeigneten Pflöcken, ausreichend langer und fester Schnur sowie eines geeigneten Zeichenstifts. Das alles ist sicher nicht weltbewegend, doch es wird auch heute noch praktiziert und kann zum Nachdenken über ein einfaches praktisches Problem und seine Lösung anregen. Schließlich lässt sich daran bereits unsere angestrebte Betrachtung der verschiedenen Ideen erkennen.

1.1.2 Das Zeichenlineal

Beim Zeichnen von Geraden auf Papier hilft ein *Lineal*. Dabei handelt es sich mehr oder weniger um eine gerade Leiste aus Holz, Metall oder Kunststoff. Moderne Holzlineale haben meist eine Metall- oder Kunststoffkante und besitzen eine Millimeter-Einteilung. Zum Zeichnen von Geraden wird Letztere jedoch nicht benötigt. Ich will sie deshalb vorerst ignorieren. Abb. 1.4 zeigt ein einfaches Lineal aus Messing aus dem 18. Jahrhundert.

Abb. 1.4 Deutsches Zeichenlineal aus Messing, Anfang des 18. Jahrhunderts

Dieses alte Lineal ist natürlich im Laufe der Jahre etwas mitgenommen: Es ist leicht wellig und zeigt Spuren der Abnutzung. Besonders unangenehm sind einige kleine Scharten an den Kanten. Störend ist auch eine leichte Biegung. Ein alter Test für ein Lineal macht sich folgende Eigenschaft zunutze:

Durch zwei Punkte der Ebene gibt es genau eine Gerade.

Man zeichnet zunächst die Verbindung zweier Punkte längs der zu testenden Kante mit dem Lineal und klappt dann das Lineal um die Kante. Nun zeichnet man wieder eine Verbindungsgerade. Die beiden Geraden sollten zusammenfallen.

Mit einem einwandfreien Lineal kann man übrigens auch eine Ebene prüfen: Eine Fläche ist eben, wenn auf ihr ein Lineal überall anliegt. Das Lineal wird damit als *Richtscheit* benutzt. Dem liegt die mathematische Eigenschaft zugrunde:

Liegen zwei Punkte einer Geraden in der Ebene, so liegen in ihr auch alle anderen Punkte der Geraden.

Die *technische* Idee eines Zeichenlineals besteht darin, eine starre Leiste mit geradlinigen Kanten zu schaffen. Das offene „Herz“ (Abb. 1.4, links im Bild) dient übrigens als Öse zum Aufhängen des Lineals. Natürlich hätte es auch ein einfaches Loch getan, aber hier kam der Schönheitssinn des Handwerkers ins Spiel. Bei genauerer Betrachtung erkennt man neben fein gravierten Linien parallel zu den Kanten in den Ecken kleine gravierte Blüten.

Von einem Lineal erwartet man, dass die Zeichenkante wirklich *gerade* ist. Denkt man an Holzlineale, so ist das keineswegs selbstverständlich, denn Holz arbeitet. Ein älteres Holzlineal kann also verzogen sein. Bei einem Holzlineal ist z. B. das Einziehen einer Stahlkante eine *technische* Idee, um dem Verziehen zu begegnen.

Mit dem Lineal kann man Geraden in unterschiedlichen Richtungen zeichnen. Im Grunde zeichnet man allerdings eigentlich immer nur *Strecken* unterschiedlicher Richtung und Länge. Begrifflich ist übrigens lange nicht zwischen Gerade und Strecke unterschieden worden. Es ist aber sinnvoll, sich beim Zeichnen einer Geraden mit dem Lineal dessen bewusst zu sein, dass man damit nur einen Ausschnitt aus einer Geraden zeichnet. Insbesondere wird das wichtig, wenn es um die Parallelität von Geraden geht. So ergibt sich z. B. die Frage, wie man bei zwei Geraden, die sich offensichtlich auf dem Papier nicht mehr schneiden, entscheiden kann, ob sie parallel sind. Dazu kann man auf folgende Eigenschaft paralleler Geraden zurückgreifen:

> *Zwei Geraden sind genau dann parallel, wenn eine Senkrechte auf der einen Geraden auch zur anderen Geraden senkrecht ist.*

Das lässt sich mit einem *Rechtwinkelmaß* (Abb. 1.5) kontrollieren.

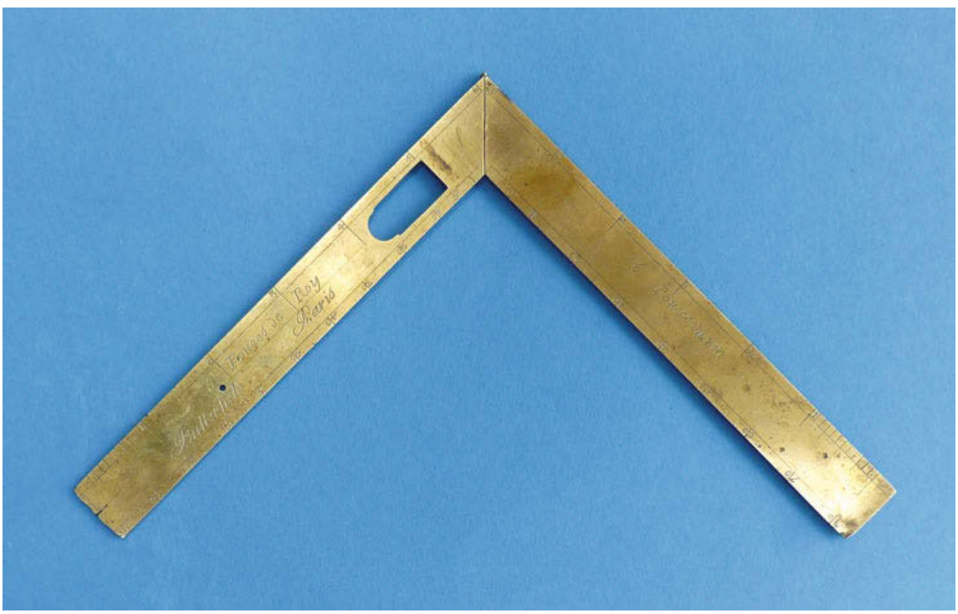

Abb. 1.5 Rechtwinkelmaß von Michael Butterfield, Paris; Ende des 18. Jahrhunderts